

**APPLICATION DU GROUPE
DE RENORMALISATION AUX
CONDUCTEURS ORGANIQUES
QUASI-UNIDIMENSIONNELS SOUMIS
À UN CHAMP MAGNÉTIQUE**

par

Laurent Hubert

Thèse présentée au département de Physique en vue de
l'obtention du grade de Docteur ès sciences (Ph.D.)

FACULTÉ DES SCIENCES
UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

Sherbrooke, Québec, février 1997



National Library
of Canada

Acquisitions and
Bibliographic Services

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Acquisitions et
services bibliographiques

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

Our file Notre référence

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-26381-9

SOMMAIRE

Des conducteurs organiques fortement anisotropes présentent, sous l'effet d'un champ magnétique, une étonnante variété de propriétés physiques tel que: l'effet Shubnikov-de Haas, l'effet de Haas-van-Alphen, l'existence de cascades d'ondes de densité de spin apparentées à l'effet Hall quantique, réentrance vers la phase métallique pouvant provenir d'un "breakdown" magnétique, et tout récemment la possibilité d'un confinement charge induit par le champ magnétique. À cela s'ajoute les nombreuses caractéristiques déjà apparues en variant la pression hydrostatique ou la substitution chimique: séparation spin-charge, localisation de la charge, transition spin-Peierls, antiferromagnétisme itinérant ou non, supraconductivité, et l'existence d'une frontière commune entre les phases supraconductrice et antiferromagnétique.

En vue de compléter la description théorique du diagramme de phase généralisé des conducteurs organiques, nous adaptons et élargissons la méthode du groupe de renormalisation quantique (GRQ) au cas où le champ magnétique est non nul. On sait déjà que cette méthode permet de résoudre le dilemme tout particulier des composés Q-1D, soit leur capacité de produire des transitions de phase malgré leur forte anisotropie et conséquemment de leur faible dimensionalité. Cette méthode est déjà utilisée pour décrire le diagramme de phase température versus pression des sels de Bechgaard, de leurs analogues souffrés et mixtes. Le GRQ permet aussi de comprendre comment des systèmes anisotropes comme les conducteurs organiques peuvent se comporter comme des liquides de Luttinger à haute température et comme des liquides de Fermi ou condensés à basse température.

Nous montrons que l'introduction d'un champ magnétique dans un régime de saut cohérent interchaîne à deux particules n'apporte que de simples corrections aux lois d'échelles dans le canal zéro son, alors qu'il introduit un mécanisme de brisure de paire dans le canal Cooper. Dans le régime de saut cohérent à une particule, la situation est plus complexe puisque la structure de bande et la forme de la surface de Fermi deviennent pertinentes. Sous bon nesting, un champ magnétique le champ magnétique défavorise les phases

magnétiques du type habituellement observé en champ nul. Nous obtenons en effet que leur température de transition diminue avec le champ magnétique. Sous déviations au nesting suffisant pour détruire l'ordre magnétique à champ nul, nous montrons que le nesting quantifié est compatible avec l'analyse du GRQ pour des champ faibles et intermédiaires. Ainsi, le nesting quantifié fournit toujours une excellente base de description des cascades de phases d'onde de densité de spin induite en champ magnétique. D'autre part, l'utilisation du GRQ permet de mettre en évidence l'existence d'un régime de champ fort. Dans ce régime le mouvement cohérent des électrons dans la direction transverse aux chaîne est fortement réduit. De cette réduction de la cohérence transverse les règles de renormalisation 1D qui persistent à une température plus basse que dans les autres régimes. Ceci donne la possibilité d'atteindre grâce au champ magnétique des états de type localisation de charge et spin-Peierls qui sont habituellement observés, en champ nul, dans des composés ayant un caractère unidimensionnel beaucoup plus prononcé.

REMERCIEMENTS

Je désire adresser ma gratitude de façon très spéciale au Professeur Laurent G. Caron. Sa bienveillance, ses conseils, son intérêt, son expertise et surtout son objectivité scientifique suscitent mon respect. En plus de me permettre d'interagir avec un interlocuteur de premier plan, sa présence fut une composante essentielle à l'aboutissement de ce travail.

Mes remerciements sincères et chaleureux à mes compagnons d'études. Je pense tout spécialement à Sylvie Lefebvre. Une grande amie qui fût ma collaboratrice pendant un bon moment. Elle m'a permis d'être au fait de certains aspects des mesures expérimentales tout en me donnant l'opportunité d'apprécier sa fougue stimulante et son honnêteté intellectuelle. Je n'oublie pas non plus Patricia Dolez, ainsi que Dave et Steve Allen pour tous les services qu'ils m'ont rendus. Merci à vous quatre pour votre amitié, votre confiance, vos encouragements, votre sincérité et pour tous ces bons moments passés en votre compagnie. Je n'oublie pas non plus la camaraderie chaleureuse de Keyvan Monki, Guy-Bertrand Zogo Mboulou, Benoit Dumoulin, Jacques Lefebvre, Guillaume Lamoureux, René D'Hulst, Driss Achkir, Stephane Lessard, Stephane Pairault, Jean-François Martel, Hugo Touchette, Martin Parenteau et René Côté. Bonne chance à chacun.

Quelle agréable connivence j'ai pu développer avec l'administrateur de réseau Alain Veilleux. Son dynamisme et son expertise m'ont permis de partager avec lui de nombreuses discussions stimulantes et enrichissantes. Amitié mon cher Alain.

Merci à Guy Bernier, avec qui j'ai partagé d'une manière particulièrement agréable la codirection de jeunes stagiaires. Ma reconnaissance pour son aide et sa collaboration lors de mes charges de laboratoire. Remerciement au professeur David Sénéchal pour ses macros TeX qui ont servi de canevas à cet ouvrage. De même qu'aux professeurs Cosmo Carlone, Serge Jandl et Mario Poirier pour leurs encouragements et leur exemple.

Merci aux étudiants du baccalauréat pour leur joie de vivre et du plaisir évident qu'ils manifestaient lors de mes enseignements et lors de ma participation à leurs activités.

Ce fût plaisir François de t'enseigner la guitare. En plus d'être un élève exemplaire, téméraire et brillant, tu as dû, comme tous mes proches, supporter une partie de mes angoisses.

Pour les membres de ma famille: Rita, Céline, Lucille, Mireille, Rachelle, Marco et David, un grand merci pour votre compréhension, votre affection et pour tous les moments partagés en toute simplicité. Mes remerciements à vos conjoints pour leurs accueils.

Les mots me manquent pour exprimer toute ma reconnaissance vis-à-vis mon âme soeur. Marie-Josée, seule notre rencontre m'a permis de trouver un sens à tout ceci. Ton chant si souverain, ton écoute si attentive, ton intelligence, ta féminité et ton émotivité si saine apporte un baume inestimable à mon existence.

Je remercie enfin le Centre de recherche en physique du solide (CRPS), et le Professeur Claude Bourbonnais pour l'aide financière attribuée tout au long de cette thèse, incluant un stage de quatre mois au Laboratoire de physique des solides à Orsay, France.

LISTE DES TABLEAUX

1. Longueurs et énergies caractéristiques.	31
2. Régimes de cohérences et leurs conditions d'existences.	32
3. Effet du champ sur les températures caractéristique du canal Peierls en régime d'échange	73
4. Exposants des fonctions de réponse reliées aux degrés de liberté de spin.	102
5. Exposants des fonctions de réponse reliées aux degrés de liberté de charge.	105
6. Table de correspondance pour les diagrammes de phase.	106
7. Tableau de $X_{n,m}(\ell)$	190

LISTE DES FIGURES

1. La molécule TMTSF	2
2. Composé $(\text{TMTSF})_2\text{X}$	2
3. Diagramme généralisé des conducteurs organiques	5
4. Diagramme de phase T, P, H du $(\text{TMTSF})_2\text{PF}_6$	7
5. Diagramme de phase T, P, H du $(\text{TMTSF})_2\text{ClO}_4$	7
6. Mouvement semi-classique d'une particule	15
7. Spectres linéarisé en champ magnétique	23
8. Représentation diagrammatique des fonctions de réponse Peierls et Cooper	37
9. Fonction de réponse élémentaire de type Peierls dans l'hypothèse d'un emboîtement parfait	42
10. Fonction de réponse élémentaire de type Peierls dans l'hypothèse d'une déviation à l'emboîtement parfait.	45
11. Diagrammes représentant la renormalisation selon le GRQ du propagateur à une dimension.	59
12. Diagrammes représentant la renormalisation selon le GRQ de l'interaction à une dimension.	61
13. Contribution jusqu'au deuxième ordre des vertex d'interaction à un corps et des fonctions de réponse auxiliaires.	63
14. Termes générateurs de l'interaction interchaîne	65
15. Renormalisation de l'interaction interchaîne	68
16. Vertex à $E_f(\ell_H) = 2\omega_H$	82
17. Équations diagrammatique en champ fort : espace réciproque . . .	84
18. Comportement qualitatif du T_c en fonction du champ.	88

19. Séparation des bandes par effet Zeeman	90
20. Deux exemples schématiques impliquant $g_{1\perp}$: les mécanismes (a) et (b) ont respectivement $4\omega_Z$ et $2\omega_Z$ comme énergie de seuil.	91
21. Diagrammes Cooper pour la corrections au premier ordre des interactions $\Gamma_i(s, s')$	93
22. Diagrammes Peierls pour la corrections au premier ordre des vertex d'interactions $\Gamma_i(s, s')$	93
23. Diagrammes pour la correction au premier ordre du mécanisme Umklapp.	94
24. Diagrammes pour la correction au deuxième ordre des vertex d'interactions $\Gamma_i(s_1, s_2)$, $i = 1, 2, 3$	94
25. Détails du diagramme (a) de la figure 25.	95
26. Diagrammes de phases (g_σ, g_ρ) pour $g_{1,\perp} = g_3 = 0$	107
27. Diagrammes de phases (g_σ, g_ρ) pour $g_{1,\perp} \neq 0$, $g_3 = 0$	108
28. Diagrammes de phases (g_σ, g_ρ) pour $g_{1,\perp} \neq 0$, $g_3 \neq 0$	109
29. Représentation diagrammatique et schématique des interactions	114
30. Renormalisation au premier ordre du propagateur	121
31. Renormalisation de l'interaction dans l'espace direct	123
32. Renormalisation du propagateur 1D dans l'espace direct	128
33. Termes générateurs dans l'espace direct	140
34. Amplitude des corrélations à deux particules dans l'espace direct	150
35. Graphique des fonctions $x\Re\Psi(1, 1/2 + x)$ et $xF_\Sigma(x)$	159
36. Fonction K_{1D}^1 employée dans le calcul des diagramme de phase	160
37. Fonction K_{1D}^Σ employée dans le calcul des diagramme de phase	161
38. Fonction K^1 employée dans le calcul des diagramme de phase	162
39. Diagramme de phase T-P obtenu à partir de la première série de paramètres d'entrée.	163

40. Diagramme de phase T-P obtenu à partir de la deuxième série de paramètres initiaux.	165
41. Température critique en fonction de la fréquence cyclotron pour quelques valeurs de la pression.	167
42. Température critique en fonction de la fréquence cyclotron pour quelques valeurs de la pression.	168
43. Variation de la température critique en fonction de la fréquence cyclotron pour quelques valeurs de la pression.	169
44. Température de l'émergence des fluctuation antiferromagnétique en fonction de la fréquence cyclotron.	170
45. Spectre linéarisé après la transformation chirale.	175
46. Amplitude de la correction sur la bulle Peierls porvenant du saut interchaîne en présence de l'effet cyclotron	195
47. Propagateur 1D corrigé par un aller-retour interchaîne	196
48. Amplitude des termes générateurs	198

LISTE DES ANNEXES

A. Groupe de renormalisation dans l'espace direct	112
B. Méthode de renormalisation en température	152
C. Quelques aspects de la procédure de linéarisation	172
D. Table mathématique	179
E. Propriétés utiles des fonctions de Bessels	181
F. Calcul des propagateurs $G_{\alpha,\sigma}(i\omega_n, \mathbf{r}, \mathbf{r}')$ et $G_{\alpha,\sigma}(i\omega_n, k_x, k'_x, k_y)$. .	185
G. Formules utilisées dans le cadre du groupe de renormalisation quantique dans l'espace réciproque	188
H. Fonction de green à une particule et susceptibilité RPA en présence d'un champ magnétique	199
I. Fonction de Green, fonction de réponse et énergie propre dans l'espace réel	202

TABLE DES MATIÈRES

SOMMAIRE	ii
REMERCIEMENTS	iv
TABLE DES MATIÈRES	vi
LISTE DES TABLEAUX	vi
LISTE DES FIGURES	vii
LISTE DES ANNEXES	x
Introduction	1
CHAPITRE 1: Approximation de l'électron indépendant	11
1.1 Le modèle et sa structure de bande	11
1.2 Les approximations du modèle	13
1.3 Traitement semi-classique	14
1.4 Spectres, fonctions propres et transformations de jauge	16
1.4.1 Champ magnétique nul	16
1.4.2 Jauge $\mathbf{A}_1(\mathbf{r}) = (0, Hx)$	17
1.4.3 Jauge $\mathbf{A}_2(\mathbf{r}) = (-Hy, 0, 0)$	19
1.4.4 Représentation dans l'espace des indices de chaîne	20
1.5 Fonction de Green thermique à une particule: longueurs et énergies caractéristiques	24
1.5.1 Construction de la fonction de Green thermique	24
1.5.2 Étendue de la cohérence statique	28
1.5.3 Longueurs caractéristiques associées au comportement homogène	29
1.5.4 Fonction de Green en représentation (\bar{k}_x, y) et (\bar{k}_x, k_y)	32
1.6 Fonctions de réponse élémentaires	35

1.6.1 Fonction de réponse Peierls en champ magnétique	37
1.6.2 Fonction de réponse dans le canal Cooper	45
CHAPITRE 2: Fermions sans spin en interaction	49
2.1 La partie interactive du hamiltonien	49
2.2 L'intégrale fonctionnelle	50
2.3 Le groupe de renormalisation quantique	53
2.4 Formulation de la méthode	55
2.4.1 Contributions purement unidimensionnelles	57
2.4.2 Apports des termes interchaînes	63
2.5 Régime d'échange interchaîne	68
2.5.1 Champ nul	69
2.5.2 Avec champ magnétique	71
2.6 Régime de saut cohérent à une particule	72
2.7 Régime de champ fort	80
2.8 Résumé du chapitre	86
CHAPITRE 3: Effet Zeeman et processus Umkapp	89
3.1 Présentation du modèle	89
3.2 Équations de renormalisation	96
3.2.1 Renormalisation des couplages	96
3.2.2 Fonctions de réponses auxiliaires	98
3.3 Les diagrammes de phases	106
3.3.1 Exemples de quelques modèles	108
Conclusion	111
BIBLIOGRAPHIE	206

Introduction

Depuis une vingtaine d'années, une activité intense entoure l'analyse des corrélations et de l'ordre à longue portée des composés fortement anisotropes. Parmi les systèmes présentant une telle anisotropie, on retrouve les composées organiques quasi-unidimensionnels tels que les sels de Bechgaard $[(\text{TMTSF})_2 \text{X}]$ et leurs analogues sélénisés $[(\text{TMTTF})_2 \text{X}]$. L'intérêt tout particulier de ces sels découle surtout de la variété impressionnante des propriétés électroniques et structurales qu'ils présentent en fonction de la pression, de la vitesse de refroidissement, du champ magnétique et de la substitution chimique ($\text{TMTSF} \rightarrow \text{TMTTF}$, $\text{X} = \text{ClO}_4, \text{PF}_6, \text{AsF}_6, \text{ReO}_4, \text{NO}_3, \text{etc.}$).^[1,2,3,4]

L'ingrédient de base des sels de Bechgaard est la molécule de tétraméthyltétrasélénafulvalène ($\text{TMTSF} = (\text{CH}_3)_4\text{C}_6\text{Se}_4$) (fig. 1). Quant qu'au tétraméthyltétrathiofulvalène (TMTTF), il s'obtient de la substitution des atomes de sélénium du TMTSF par ceux du soufre. Sous leur forme cristalline (fig. 2), ces molécules organiques s'empilent les unes sur les autres et forment des chaînes intercalées par les ions inorganiques (X). Le rôle de ces ions est surtout d'assurer la cohésion et la neutralité électrique des cristaux. Le caractère anisotrope de ces sels provient principalement du fait que les orbitales externes des TMTSF et TMTTF , de type π , s'orientent et se recouvrent suivant l'axe des chaînes. Il est admis par bon nombre de chercheurs que l'extrême anisotropie de ces composés serait la principale cause de l'abondance des propriétés électroniques mentionnées ci-dessus. Dans les faits, et si l'on recherche une description théorique cohérente de ces propriétés, une question fondamentale doit être abordée. Peut-on appliquer à ces systèmes les méthodes d'investigations traditionnelles de la physique du solide développées pour des systèmes plus isotropes et tridimensionnels?

Le premier élément de réponse à la question que l'on vient de poser provient de l'analyse par sommation parquet de Bychkov, Gor'kov et Dzyaloshinskii (1966).^[5] En effet, ces auteurs montrent que le comportement des électrons dans les systèmes unidimensionnels (1D) est dominé par l'interférence

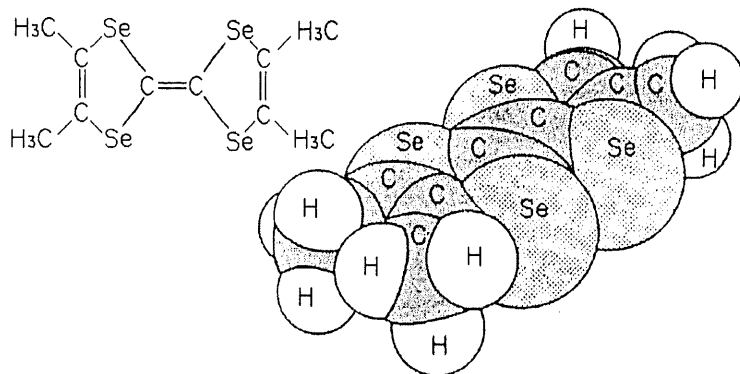


Figure 1: Représentations de la molécule TMTSF : Sur chacun des deux pentagones, trois sommets sont occupés par des atomes de carbone et deux par des atomes de sélénium. De plus, deux groupes méthyles se greffent à chacune des deux extrémités de cet ensemble.

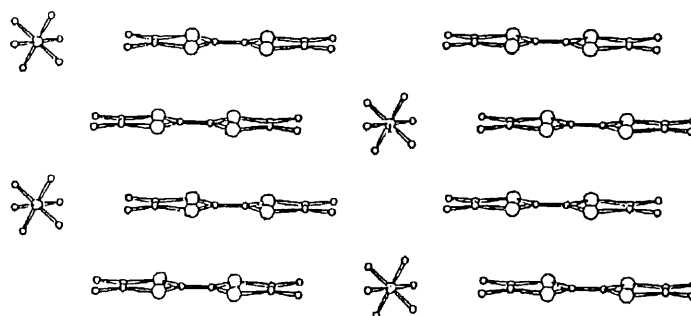


Figure 2: Forme cristalline du $(\text{TMTSF})_2 \text{X}$: Chaque empilement de molécules TMTSF est séparé par des ions X. Dans le cas particulier de cette figure, la symétrie des ions est octaédrique. Il pourrait donc s'agir de l'ion du PF_6 ou du AsF_6 .

quantique entre deux canaux de corrélations logarithmiquement divergents : les corrélations de paires supraconductrices et celles des ondes de densité. En fait, cette interférence apparaît dans le calcul à tous les ordres de perturbation. Ce résultat crucial souligne et explique l'invalidité des théories de type champ moyen lors du traitement des instabilités d'onde de densité de charge (Peierls, 1955)^[6] et supraconductrice (Little, 1963)^[7] unidimensionnelles. Par la suite, les solutions du modèle de Luttinger (1963)^[8] et de ses variantes à l'aide

de méthodes sophistiquées comme la sommation parquet,^[9] le groupe de renormalisation multiplicatif^[10,11] et la bosonisation^[11,12] ont conduit à une description très satisfaisante du gaz électronique à une dimension. Toutefois, une question demeure. Qu'en est-il du cas réaliste d'un système électronique Q-1D où les chaînes sont faiblement couplées entre elles?

Dans leur étude d'un système Q-1D possédant un paramètre d'ordre classique à n -composantes, Barisic et Uzelac^[13] démontrent l'existence de deux régimes de corrélations séparés par une région transitoire (crossover) caractérisée par une température qui dépend du degré d'anisotropie. À haute température, le système se comporte comme un unidimensionnel et ne devient bi ou tridimensionnel qu'à basse température. Ce dernier régime est la condition essentielle à l'obtention d'une transition à température non nulle pour un système possédant des interactions à portées finies.^[14]

Il est tout à fait raisonnable de penser qu'une description analogue soit possible pour un système anisotrope de nature quantique. Pour le vérifier, deux types de couplages interchaînes ont été examinés. D'une part, un couplage interchaîne de type potentiel coulombien^[18,19] permet de stabiliser la transition de phase produite par la formation d'une onde de densité de charge. D'autre part, le couplage interchaîne apparaît aussi sous la forme d'un transfert cinétique à une particule. Pour ce cas, Klemm et Gutfreund (1976)^[19] établissent l'existence d'un couplage interchaîne effectif produit par le saut de paires de particules corrélées (effet Josephson). Par contre, Prigodin et Firsov (1979)^[20] prétendent que cette interaction n'existe qu'en présence de paires liées, faute de quoi, le crossover dimensionnel provient directement du saut à une particule. Ils obtiennent aussi un résultat remarquable et confirmé par plusieurs auteurs.^[3,21,22] Il s'agit de l'abaissement de la température de déconfinement électronique par les corrélations établies dans le régime unidimensionnel.

Malgré tous ces résultats, la description globale et cohérente des régimes de corrélations 1D et 3D, de la région intermédiaire et de la région critique en température n'a pas été atteinte par ces travaux. C'est justement cette lacune

que cherche à combler le groupe de renormalisation quantique (GRQ) développé par Bourbonnais et Caron (1986).^[23,24]

Du côté expérimental, il a fallu attendre l'étude sous pression du $(\text{TMTSF})_2\text{PF}_6$ en 1980^[25] pour réaliser la supraconductivité dans un composé organique. Il est vrai que plusieurs des composés organiques étudiés antérieurement présentaient une gamme de température où la conductivité était anormalement élevée. Cependant, tous aboutissaient à une phase isolante à basse température. Une conséquence majeure de cette découverte a été de relancer l'activité expérimentale sur les conducteurs organiques de basse dimensionnalité. Depuis, une importante moisson de données a été recueillie^[27] sur les sels de Bechgaard, leurs analogues soufrés et les composés mixtes obtenus de la substitution partielle du sélénium par le soufre. Cette récolte permet de présenter le diagramme de phase généralisé de la température critique en fonction de la pression tel que reproduit à la figure 3.

D'après cette figure, nous remarquons que la substitution chimique, $\text{Se} \rightarrow \text{S}$ où $\text{X} = \text{ClO}_4, \text{PF}_6, \text{NO}_3$, etc., a comme effet principal de déplacer l'origine de la pression. À la gauche de cette figure et à mesure que la température décroît, on observe en premier lieu une phase métallique, puis une localisation de la charge au vecteur d'onde $4k_F$ identifiée grâce à une forte remontée de la résistivité. Survient enfin une transition structurale de type spin-Peierls. À pression plus élevée, apparaît une phase d'onde de densité de spin (ODS). Celle-ci décroît rapidement au voisinage d'une pression de seuil P_s , cédant la place à un état supraconducteur. L'état normal dans ce diagramme de phase présente deux caractéristiques importantes qui soulignent l'exotisme des composés Q-1D en comparaison aux matériaux ordinaires. La première apparaît surtout dans les composés soufrés : il s'agit du découplage entre les degrés de liberté de spin et ceux de charge. En fonction de la température, ce découplage se manifeste par un comportement de la conductivité indépendant de celui de la susceptibilité. Le second point concerne l'existence d'une frontière commune entre les phases ODS et supraconductrice à droite du diagramme de phase.

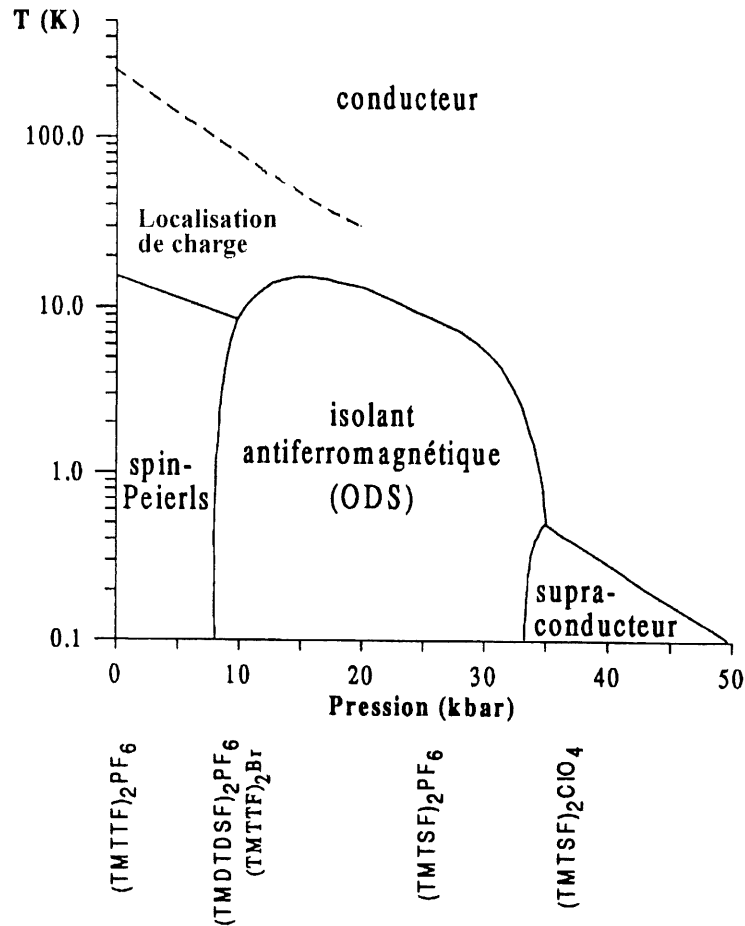


Figure 3: Diagramme de phase température-pression (hydrostatique ou chimique) des composées $\text{TMTTF}_2 \text{X}$, $(\text{TMTSF})_2 \text{X}$ et des composées mixtes. D'après une figure fournie par D. Jérôme [93].

L'effet d'un champ magnétique parallèle à l'axe de plus faible conduction est d'un intérêt tout à fait particulier. Son application à partir de la phase supraconductrice mène rapidement, comme on s'y attend, à un retour à l'état métallique. Puis, après quelques teslas, apparaît une cascade de phases semi-métalliques d'onde de densité de spin. Il s'agit de la fameuse cascade de phases ODS induite par le champ magnétique (ODSIC).^[28,29,30,31,32] La confirmation expérimentale de ces phases est appuyée par des mesures de

magnétorésistance, [34,35,36,37] de résistance de Hall, [38,39,36,37] de chaleur spécifique,[40,41] et de magnétisation.[42]

Récemment, Kang *et al.* [43] ont produit une étude systématique des diagrammes de phase -TPH- pour le $(\text{TMTSF})_2\text{PF}_6$ et le $(\text{TMTSF})_2\text{ClO}_4$ (voir les figures 4 et 5). À pression ambiante et sous 12 kelvin, le $(\text{TMTSF})_2\text{PF}_6$ présente une phase isolante de type ODS. Une pression d'un peu plus de 6 kbar supprime cette dernière au profit d'un état supraconducteur ayant une température critique d'environ 1 K. À partir de ce point, l'application d'un champ magnétique très faible suffit au retour de la phase métallique. Les ODSIC suivent ensuite au champ seuil de 3 T. Le nombre de phases dans la cascade varie selon la pression et passe de 11 à 5 pour des pressions allant de 8 à 16 kbar. Dans ce même intervalle de pression, le champ seuil augmente lui aussi, passant de 4.5 à 8T.

Quant au $(\text{TMTSF})_2\text{ClO}_4$ refroidit lentement, il présente déjà à pression ambiante un diagramme de phase très similaire à celui du $(\text{TMTSF})_2\text{PF}_6$ à 6 kbar. Toutefois, le composé de perchlorate se démarque par les points suivants: l'anomalie de Ribault,[44] le retour vers un état métallique à pression ambiante sous un champ de 27 T[45] et l'existence d'une phase énigmatique à champ plus élevé.[46] De plus, si l'on reporte les champs de seuil de chacune des phases en fonction de la pression, on observe un changement abrupt à une pression de 5 kbar coïncidant à la mise en ordre des anions ClO_4 . [43] Malgré ces quelques différences, l'allure des diagrammes de phase présentés aux figures 4 et 5 suggèrent que le champ magnétique produit l'effet contraire à celui de la pression.

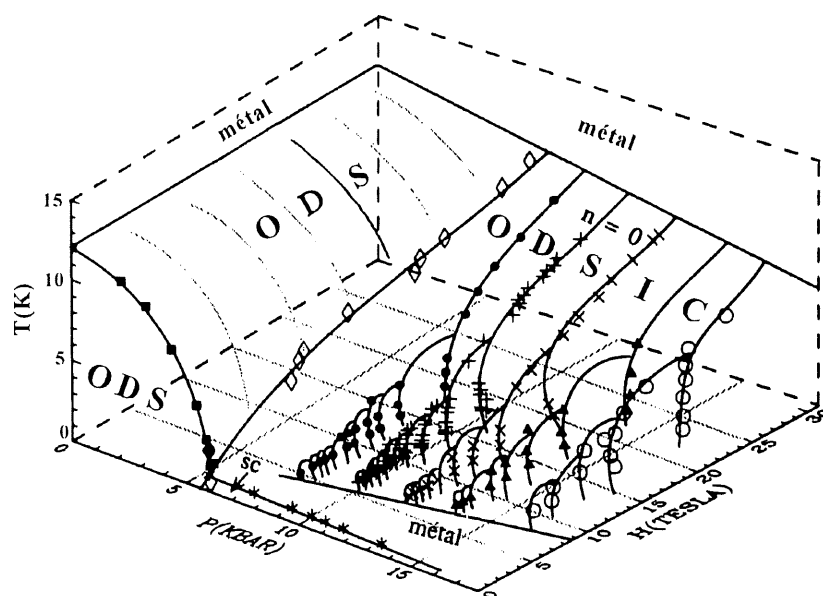


Figure 4: Diagramme de phase - température, pression et champ magnétique - du $(\text{TMTSF})_2\text{PF}_6$.

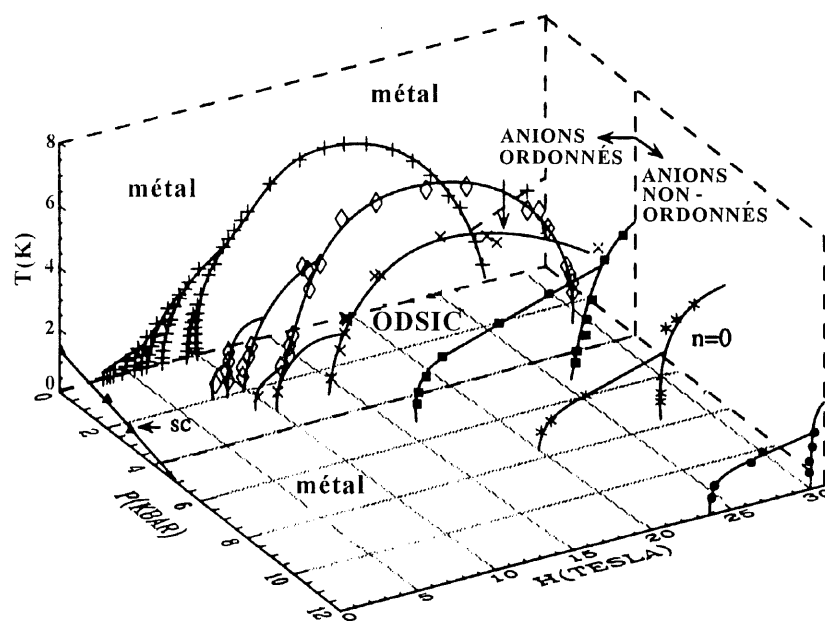


Figure 5: Diagramme de phase température, pression et champ magnétique du $(\text{TMTSF})_2\text{ClO}_4$. La flèche indique la position en champ magnétique du début de la phase $n=0$ à la pression de mise en ordre des anions.

Une première tentative de la description des ODSIC a été présentée par Gor'kov et Lebed.^[47] Elle est basée sur l'emboîtement longitudinal de la surface de Fermi. Selon ces auteurs, l'emboîtement transverse ne semblait pas être en mesure de fournir suffisamment de porteurs pour expliquer les résultats expérimentaux. Au contraire, inspirés par l'analogie de cette cascade avec l'effet Hall quantique, les membres du groupe de Paris^[28,29,30] décrivent ce phénomène par la notion brillante d'emboîtement transverse quantifié. Par la suite, cette description a été utilisée par de nombreux auteurs.^[31,32,48] De plus, Yamaji retrouve la condition d'emboîtement transverse quantifié par des arguments semiclassiques et en tenant compte du diamagnétisme de Landau.^[33] D'une façon très semblable à l'effet Hall quantique, il observe que le numéro de la phase correspond au nombre de niveaux de Landau situés sous le niveau de Fermi et que le passage d'une phase à l'autre se produit au moment où un niveau de Landau traverse le niveau de Fermi. Observons toutefois que ces traitements de Gor'kov-Lebed, Yamaji et du groupe de Paris, connus sous le nom de "modèle standard", sont basés sur l'approximation du champ moyen. Par conséquent, ils négligent l'influence des effets unidimensionnels qui devraient se développer aux échelles d'énergies élevées. Ces traitements font donc l'objet des critiques de Bychkov *et coll.* évoquées au tout début de cette introduction.

Yakovenko^[49] fait remarquer que les ODSIC ne sont observées que lorsque les composés sont supraconducteurs à champ nul. Puisque les effets unidimensionnels ne peuvent être négligés dans ces systèmes, il préconise l'utilisation de la sommation parquet "rapide" plutôt que le champ moyen (sommation en échelle). Des ODSIC anisotropes dans l'espace s'obtiennent alors à partir d'une interaction locale attractive et, précise-t-il, sans l'utilisation de l'hypothèse d'un vecteur d'emboîtement quantifié. Par la suite,^[51] ce chercheur suggère que la découverte subséquente de la réentrance vers l'état métallique observée au environ de 27 tesla pour le $(\text{TMTSF})_2\text{ClO}_4$ est une prédiction de sa théorie. Cependant, une étude de son calcul montre qu'il néglige toute "l'histoire" des échelles d'énergies plus grandes que l'énergie cyclotron. C'est-à-dire de la largeur de bande jusqu'à une énergie qui peut être en deçà du déconfinement dimensionnel. De plus, bien que l'argument d'un changement

de signe de l'interaction fut déjà utilisée pour expliquer la proximité des phases antiferromagnétique et supraconductrice dans les $(\text{TMTSF})_2 \text{X}$, l'absence d'une dépression des températures de transition à l'intersection des deux phases voisines en champ nul (fig. 1) rend l'hypothèse d'un changement de signe du couplage *local* difficile à soutenir.

L'objectif de cet ouvrage est d'étendre l'application du groupe de renormalisation quantique aux systèmes Q-1D soumis à un champ magnétique. Par cet instrument, nous démontrons que le modèle standard correspond à une théorie effective applicable à champ magnétique faible et modéré. En particulier, nous montrons que même en incluant les effets unidimensionnels, on peut très bien obtenir des ODSIC à partir d'un couplage local répulsif combiné à l'emboîtement quantifié. Précisons que l'expression "théorie effective" est employée ici dans le sens où la forme des équations est similaire mais que la valeur et l'interprétation des paramètres peuvent différer. Dans la limite de champ fort, les effets 1D sont dominants. La théorie effective obtenue grâce à notre formulation ressemble cette fois à celle de Yakovenko et prédit aussi, à couplage local répulsif ou attractif, un régime de réentrance vers l'état métallique. Malgré ces réalisations théoriques, notre travail laisse en suspend deux questions. Premièrement, la description détaillée des régimes de crossover nous apparaît incomplète et mériterait une analyse plus poussée. Deuxièmement, suivant le type de modèle choisi et selon la valeur des paramètres du GRQ actuellement acceptés, nous ne sommes pas parvenus à une description "quantitativement" cohérente de l'ensemble des données expérimentales se rapportant au diagramme de phase TPH des conducteurs organiques de la famille des sels de Bechgaard.

Le prochain chapitre traitera de l'analyse semiclassique du hamiltonien d'un Q-1D soumis à un champ magnétique. La majorité des échelles d'énergie et de longueur seront extraites de l'étude du propagateur libre à une particule. La présentation des fonctions de réponse élémentaires Peierls et Cooper donnera des indications concernant l'influence du champ sur les corrélations à l'ordre le plus bas en perturbation. Le chapitre 2 sera consacré à l'application du GRQ

sur un système de fermions sans spin soumis à un champ magnétique. Nous présenterons les températures critiques dans trois régimes de corrélations: soit les régimes d'échange, d'emboîtement et de champ fort. L'effet Zeeman et le mécanisme Umklapp des fermions de spin $1/2$ seront étudiés au chapitre 3. Nous concluerons ensuite notre travail.

Signalons qu'en annexe nous proposons deux autres méthodes de renormalisation. La première est développée dans l'espace réel, le paramètre d'échelle est alors la longueur des corrélations. Cette formulation illustre certains aspects curieux apparaissant dans et sous les régimes de crossover. Par exemple, les corrections à la loi logarithmique que l'on en retire vont dans le sens contraire de celles obtenues par le GRQ. Dans la seconde méthode, nous proposons de remplacer l'intégration en couche d'énergie du GRQ par une transformation d'échelle en température. Cette procédure produit des résultats indépendants de la représentation: espace direct et espace réciproque. Elle permet aussi de décrire de façon continue le passage entre les différents régimes de renormalisation. Cependant, il reste à démontrer que cette méthode vérifie le groupe de Lie.

CHAPITRE I

Approximation de l'électron indépendant

Dans ce chapitre, nous explorerons de manière qualitative le comportement d'un gaz de fermions appartenant à une surface de Fermi ouverte et soumis à un champ magnétique orienté perpendiculairement à cette surface. Le modèle correspondant, que nous compléterons plus tard, ne contiendra que la partie cinétique d'un hamiltonien plus exact qui tiendrait compte de l'interaction entre fermions. Malgré cela, il nous sera possible de mettre en relief plusieurs ingrédients utiles à la compréhension des systèmes quasi-unidimensionnels. En effet, nous étudierons l'influence du champ magnétique sur le spectre d'énergie, sur la fonction d'onde, sur la fonction de Green à une particule et ainsi que sur les fonctions de réponse élémentaires. Deux conséquences importantes de l'application du champ seront alors mises en évidence, soient, la réduction de la symétrie de translation et la tendance à l'unidimensionnalisation. De plus, nous identifierons la majorité des longueurs et énergies caractéristiques du problème posé et en déduirons les régimes possibles. Pour réaliser cette analyse, nous passerons successivement à la formulation semi-classique, et à celles de première et de seconde quantification.

1.1 Le modèle et sa structure de bande

L'anisotropie est le principal ingrédient des systèmes présentés dans l'introduction de cette thèse. Pour traduire ceci, nous choisissons le modèle du gaz fermionique bidimensionnel possédant la structure de bande suivante :

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = -2t_a (\cos(k_x a) - \cos(k_F a)) - t_{\perp}(k_y b)$$

où k_x et k_y sont des nombre d'onde, k_F est le nombre d'onde de Fermi 1D (*i.e.* à $t_{\perp} = 0$) et

$$t_{\perp}(k_y b) = 2t_b \cos(k_y b) + 2t_{2b} \cos(2k_y b) . \quad (1.1)$$

Les intégrales de transfert longitudinale, t_a , et transverses au premier, t_b , et second voisin, t_{2b} , interchaîne vérifient $t_a \gg t_b \gg t_{2b}$. Il s'agit donc d'une bande de type liaisons fortes possédant une surface de Fermi ouverte produite par un ensemble de N_\perp chaînes de pas de réseau a , parallèles à \hat{x} et séparées d'une distance b selon la direction \hat{y} .

Le champ magnétique H , orienté selon l'axe \hat{z} , est introduit grâce à la substitution de Peierls, $\mathbf{K} \rightarrow \mathbf{K} - e\mathbf{A}$ ^[54] où \mathbf{K} est l'opérateur nombre d'onde, $\hbar = 1$ et $e = \pm|e|$ est la charge des fermions. De plus, nous tenons compte du terme Zeeman $\sigma\gamma\mu_B H$ où μ_B est le magnéton de Bohr et $\sigma = \pm 1/2$ désigne la projection du spin des Fermions selon l'axe \hat{z} . Après linéarisation de partie longitudinale du spectre autour du niveau de Fermi 1D et en choisissant la jauge de Landau $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = (0, Hx, 0)$, ce système est décrit par le hamiltonien suivant

$$\mathcal{H}(\mathbf{r}, -i\nabla_{\mathbf{r}}) = \sum_{\sigma, \alpha} v_{F, \sigma} (-i\alpha\partial_x - k_{F, \sigma}) - t_\perp (-ib\partial_y - Qx), \quad (1.2)$$

où $t_\perp(k_y b)$ est donnée par (1.1), $\nabla_{\mathbf{r}} \equiv (\partial_x, \partial_y) \equiv (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$, $Q = eHb$ est le nombre d'onde cyclotron alors que $\alpha = -$ et $+$ identifie les fermions se propageant respectivement dans le sens négatif et positif de l'axe \hat{x} . Enfin, $k_{F, \sigma}$ et $v_{F, \sigma}$ désignent le nombre d'onde et la vitesse de Fermi du spectre 1D suivant,

$$\varepsilon_\sigma^{1D}(\mathbf{k}) = -2t_a (\cos(k_x a) - \cos(k_F a)) - \sigma\mu_B H.$$

L'expression de $k_{F, \sigma}$ est établie en posant $\varepsilon_\sigma^{1D}(k_{F, \sigma}) = 0$, alors que $v_{F, \sigma} = 2t_a a \sin(k_{F, \sigma} a)$ est le gradient du spectre à $k_x = \alpha k_{F, \sigma}$. Ainsi, nous trouvons tout d'abord que

$$\begin{aligned} v_{F, \sigma} &= 2t_a a \sqrt{1 - \left(\cos(k_F a) + \frac{\sigma\mu_B H}{2t_a} \right)^2} \\ &= v_F \sqrt{1 + 2 \cotg(k_F a) \frac{\sigma\mu_B H a}{v_F} - \left(\frac{\mu_B H a}{v_F} \right)^2} \end{aligned}$$

et ensuite que

$$\begin{aligned} k_{F, \sigma} &= \arccos(\cos(k_F a) - \sigma\mu_B H / 2t_a) \\ &\simeq k_F + \frac{\sigma\mu_B H a}{v_F} - \frac{1}{2} \cotg(k_F a) (\sigma\mu_B H a v_F)^2. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Suite à la linéarisation, la variable x est continue et varie sur l'intervalle $[2a, L]$ (voir annexe C) où L est la longueur des chaînes. Dans la direction transverse, l'opérateur $\cos(-ibp\partial_y - pQx)$ induit sur toute fonction $\Psi(\mathbf{r})$ une translation par saut de pas pb de part et d'autre de la position y . Cette translation est accompagnée d'un changement de phase pQx ,

$$2 \cos(-ibp\partial_y - pQx) \Psi(\mathbf{r}) = \Psi(x, y + pb) e^{-ipQx} + \Psi(x, y - pb) e^{ipQx} . \quad (1.4)$$

Notons ici que t_{2b} peut contenir, de manière effective, les premières corrections provenant de t_b sur la linéarisation du spectre.^[2]

Avant de présenter les solutions de (1.2), discutons d'abord des approximations que nous avons admises dans son établissement.

1.2 Les approximations du modèle

La linéarisation de la partie longitudinale du spectre et la transformation de Peierls constitue les deux approximations utilisées dans l'établissement de (1.2). Considérons d'abord la linéarisation du spectre. Cette approximation n'est valide que lorsque l'amplitude du saut interchaîne et celle de l'interaction non renormalisée sont plus petites que la partie du spectre que l'on peut réellement considérer comme linéaire. De plus, comme la correction apportée par l'effet Zeeman sur la vitesse de Fermi est habituellement négligeable pour des valeurs du champ magnétique expérimentalement accessibles, nous poserons dorénavant que $v_{F,\sigma} = v_F$. En revanche, pour ce qui est de $k_{F,\sigma}$, nous verrons au chapitre 3 qu'il faut tenir compte de sa dépendance sur H .

Quant à la transformation de Peierls, il faut dire qu'elle n'est pas exacte sur réseau.^[55,56,57] En effet, elle néglige l'effet tunnel assisté par le champ magnétique connu sous le nom de rupture magnétique (magnetic breakdown). Ces ruptures sont susceptibles de se produire près des singularités de la bande et au voisinage de gaps de faibles énergies où elles induisent des déformations de la bande et des transitions interbandes. Les conditions pour éviter ces ruptures magnétiques sont que le rayon cyclotron doit être plus grand que les

paramètres du réseau et que l'énergie cyclotron, $\omega_H = v_F Q$, est la plus petite énergie caractéristique du système. En particulier, $\omega_H \ll bE_g^2/v_F \sim E_g^2/E_F$,^[55] où E_g est l'un des gaps de la bande et E_F est l'énergie de Fermi. Cette dernière condition se déduit du commutateur $[k_x - A_x, k_y - A_y] = iQ/b = ieH$ qui mesure l'incertitude des quasi-impulsions généralisées $k_x - A_x$ et $k_y - A_y$. La suite du raisonnement découle naturellement suivant

$$\Delta k_H \sim \sqrt{eH} \ , \quad \Delta k_g \sim \frac{E_g}{|\nabla_{\mathbf{k}} \varepsilon(\mathbf{k})|} \sim E_g/v_F \quad \text{et} \quad \Delta k_H \ll \Delta k_g$$

où Δk_H est l'incertitude du nombre d'onde causée par le champ magnétique et Δk_g est l'intervalle caractéristique en nombre d'onde associé à E_g .

Nous référons le lecteur aux ouvrages de Callaway,^[55] Lifshitz et Pitayevski^[56] et de Blount^[57] pour une discussion des premières corrections à la transformation de Peierls. Pour notre part, nous prenons comme hypothèse que (1.2) est exact et poursuivons son analyse.

1.3 Traitement semi-classique

Selon la théorie semi-classique, l'équation de la force de Lorentz est une équation d'évolution des nombres d'onde, $\dot{\mathbf{k}} = e\mathbf{v}_{\mathbf{k}} \times \mathbf{H}$ où $\dot{\mathbf{k}} \equiv d\mathbf{k}/dt$ est la dérivée par rapport au temps du vecteur d'onde caractéristique du paquet d'onde et $\mathbf{v}_{\mathbf{k}}$ est sa vitesse de groupe. Cette dernière est calculée à partir du spectre d'énergie en champ nul,

$$\mathbf{v}_{\mathbf{k}} = \nabla_{\mathbf{k}} \varepsilon_{\alpha}(\mathbf{k}) = (\alpha v_F, -\partial_{k_y} t_{\perp}(k_y b))$$

où $\varepsilon_{\alpha}(\mathbf{k}) = v_F(\alpha k_x - k_F) - t_{\perp}(k_y b)$ et $t_{\perp}(k_y b)$ est donné par (1.1). À ces équations, on adjoint celle décrivant l'évolution de la position du paquet d'ondes, $\dot{\mathbf{r}}_{\mathbf{k}}(t) = \mathbf{v}_{\mathbf{k}}$. Nous en déduisons

$$\begin{aligned} \dot{k}_y(t) &= -eH\dot{x}(t) = -\alpha v_F eH \\ \dot{k}_x(t) &= eH\dot{y}(t) = -eH\partial_{k_y} t_{\perp}(k_y b) \end{aligned} \tag{1.5}$$

et après intégration,

$$\begin{aligned}
x(t) &= x_0 + \alpha v_F t \\
k_y(t) &= k_y(0) - eH[x(t) - x_0] \\
y(t) &= y_0 - \frac{b}{\omega_H} \left[t_{\perp}(k_y(t)b) - t_{\perp}(k_y(0)b) \right] \\
k_x(t) &= k_x(0) - eH[y(t) - y_0]
\end{aligned} \tag{1.6}$$

où les trajectoires dans l'espace direct et réciproque sont reliées entre elles par une rotation de 90° et par le facteur d'échelle eH . Dans l'espace direct, le mouvement longitudinal et transverse sont respectivement linéaire et oscillatoire (fig. 6). L'amplitude de ce mouvement transverse est de l'ordre de $b2t_b/\omega_H$ et diminue donc lorsque le champ magnétique augmente. Dans le cas extrême où $2t_b/\omega_H < 1$, il est confiné à une seule chaîne. Ce comportement démontre l'unidimensionnalisation progressive du mouvement électronique sous augmentation du champ.

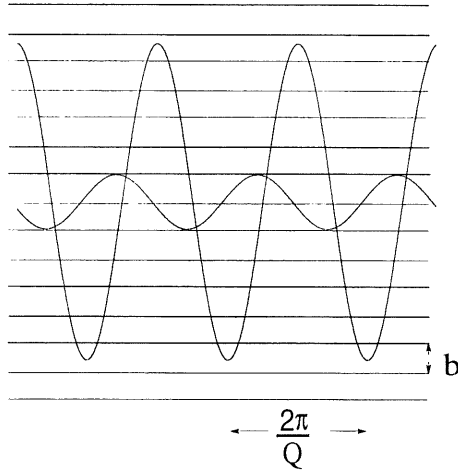


Figure 6: Mouvement semi-classique d'une particule dans un champ magnétique pour le cas où la surface de Fermi est ouverte. Les lignes horizontales représentent les chaînes tandis que les courbes sinusoïdales représentent le mouvement semi-classique pour deux valeurs du champ. La courbe de faible amplitude décrit le mouvement au seuil de l'unidimensionnalisation. Celle de plus grande amplitude est calculée pour un champ environ deux fois plus faible.

1.4 Spectres, fonctions propres et transformations de jauge

L'étude préliminaire de notre modèle se poursuit en première quantification. Le spectre d'énergie et les fonctions propres sont d'abord établis en champ nul. L'effet du champ sur ceux-ci est par la suite analysé sous deux jauges différentes. Enfin, nous montrons l'équivalence entre notre modèle et celui d'un gaz fermionique 1D contraint à un potentiel périodique, ainsi qu'à un modèle de gaz fermionique Q-1D soumis à un champ électrique transverse.

1.4.1 Champ magnétique nul

En absence du champ, nous avons $Q = 0$ et (1.2) devient

$$\mathcal{H}(\mathbf{r}, -i\nabla_{\mathbf{r}}) = \sum_{\sigma, \alpha} v_F (-i\alpha\partial_x - k_F) - t_{\perp}(-ib\partial_y) . \quad (1.7)$$

On vérifie que l'opérateur nombre d'onde $\mathbf{K} = (K_x, K_y) = -i(\partial_x, \partial_y)$ est un invariant du mouvement, $i\dot{\mathbf{K}} = [\mathbf{K}, \mathcal{H}] = 0$. Il existe donc un ensemble de fonctions $\Psi_{\alpha, \sigma, \mathbf{k}}^{(0)}(\mathbf{r})$ qui sont fonctions propres à la fois de $\mathbf{K} = (K_x, K_y)$ et du hamiltonien (1.2). C'est -à-dire que l'on vérifie que

$$\mathbf{K} \Psi_{\alpha, \sigma, \mathbf{k}}^{(0)}(\mathbf{r}) = \mathbf{k} \Psi_{\alpha, \sigma, \mathbf{k}}^{(0)}(\mathbf{r})$$

et

$$\mathcal{H}(\mathbf{r}, \nabla_{\mathbf{r}}) \Psi_{\alpha, \mathbf{k}}^{(0)}(\mathbf{r}) = \varepsilon_{\alpha, \sigma}(\mathbf{k}) \Psi_{\alpha, \mathbf{k}}^{(0)}(\mathbf{r})$$

où k_x et k_y sont déterminés par les conditions aux frontières. D'une part, puisque x est continue, k_x devrait prendre toutes les valeurs $2\pi m/L$ pour m entier allant de $-\infty$ à ∞ . Mais l'existence d'une longueur minimale " $\Lambda = 2a$ " pose comme borne $|k_x| \leq \pi/a$. D'autre part, nous avons que $k_y = 2\pi n/N_{\perp}b$ où n prend N_{\perp} valeurs entières dans l'intervalle $[-N_{\perp}/2, N_{\perp}/2]$. Les fonctions d'ondes répondant à ces conditions s'écrivent

$$\Psi_{\alpha, \sigma, \mathbf{k}}^{(0)}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{N_{\perp}bL}} e^{i(k_x x + k_y y)} \quad (1.8)$$

et on en déduit le spectre d'énergie

$$\varepsilon_{\alpha,\sigma}(\mathbf{k}) = v_F(\alpha k_x - k_F) - t_{\perp}(k_y b). \quad (1.9)$$

Ce dernier possède la symétrie sous inversion du temps, $\varepsilon_{-,-\sigma}(-\mathbf{k}) = \varepsilon_{+,\sigma}(\mathbf{k})$. De plus, si $t_{2b} = 0$, il possède aussi la propriété d'emboîtement (nesting) $\varepsilon_{-,\sigma}(k_x - 2k_F, k_y - \pi/b) = -\varepsilon_{+,\sigma}(\mathbf{k})$. L'emboîtement est dit imparfait lorsque $t_{2b} \neq 0$. La relation ci-dessus n'est alors vérifiée qu'approximativement et n'est applicable que sur une partie de la surface de Fermi. Notons que dans ce chapitre, les quantités normalisées par la dimension transverse seront exprimées par unité de longueur (*i.e.* $N_{\perp}b$) et non par chaîne (N_{\perp}).

1.4.2 Jauge $\mathbf{A}_1(\mathbf{r}) = (0, Hx)$

Nous avons déjà présenté le hamiltonien traduit dans cette jauge à l'équation (1.2). L'équation de Schrödinger que l'on en tire

$$\mathcal{H}(\mathbf{r}, \nabla_{\mathbf{r}}) \Psi_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \varepsilon_{\alpha,\sigma}(\mathbf{k}) \Psi_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \quad (1.10)$$

est vérifiée par la fonction d'onde

$$\Psi_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \Psi_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}}^{(0)}(\mathbf{r}) \exp \left(i \frac{\alpha}{v_F} \int_0^x t_{\perp}(k_y b - Qx') dx' - i \frac{\alpha}{v_F} t_{\perp}(k_y b) x \right), \quad (1.11)$$

où $\Psi_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}}^{(0)}(\mathbf{r})$ est donnée par (1.8) tandis que le spectre d'énergie s'écrit

$$\varepsilon_{\alpha,\sigma}(\mathbf{k}) = v_F(\alpha k_x - k_{F,\sigma}) - t_{\perp}(k_y b), \quad (1.12)$$

où $k_{F,\sigma}$ est donné par (1.3). Soulignons que cette solution n'est pas unique. Effectivement, la fonction d'onde

$$\Psi_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \Psi_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}}^{(0)}(\mathbf{r}) \exp \left(i \frac{\alpha}{v_F} \int_0^x t_{\perp}(k_y b - Qx') dx' \right), \quad (1.13)$$

et le spectre d'énergie $\varepsilon_{\alpha,\sigma}(\mathbf{k}) = v_F(\alpha k_x - k_{F,\sigma})$ constitue aussi une solution de (1.2). En fait, tous les calculs peuvent être repris à partir de celle-ci. La seule limitation de cette dernière solution est qu'elle ne reproduit pas dans la limite de champ nul les résultats de la section précédente. Au contraire, ces résultats s'obtiennent de (1.11) et de (1.12).

Dans la présente jauge, l'opérateur $K_x = -i\partial_x$ n'est plus un invariant du mouvement alors que K_y le demeure,

$$\begin{aligned} i\dot{K}_x &= [K_x, \mathcal{H}] = i\partial_x t_{\perp}(-ib\partial_y - Qx) \\ i\dot{K}_y &= [K_y, \mathcal{H}] = 0 . \end{aligned} \quad (1.14)$$

D'un autre point vue, l'application de K_x et K_y sur la fonction d'onde (1.11) produit,

$$\mathbf{K}\Psi_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = (\bar{k}_{\alpha,x}(x), k_y) \Psi_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \quad (1.15)$$

où

$$\bar{k}_{\alpha,x}(x) = k_x + \frac{\alpha}{v_F} [t_{\perp}(k_y b - Qx) - t_{\perp}(k_y b)] .$$

Cette relation confirme que k_y est bien la valeur propre de K_y alors que le paramètre k_x qui apparaît dans le spectre (1.12) *n'est pas* la valeur propre de K_x . Il s'agit plutôt de la valeur propre de

$$K_x - \frac{\alpha}{v_F} [t_{\perp}(K_y b - QX) - t_{\perp}(K_y b)] .$$

À partir des équations d'évolution des opérateurs positions X , Y et de l'opérateur \mathbf{K} nous obtenons des expressions analogues à (1.5). C'est-à-dire, $\dot{\bar{k}}_y(x) = -eH\dot{x} = -\alpha v_F$, et

$$\dot{\bar{k}}_{\alpha,x}(x) = eH\dot{y} = -eH\partial_{\bar{k}_y(x)} t_{\perp}(\bar{k}_y(x))b$$

où $\bar{k}_y(x) \equiv k_y - eHx$. On doit souligner que cette correspondance entre ces expressions et ceux de (1.5) ne peut se réaliser qu'avec l'utilisation du paramètre $\bar{k}_y(x)$ que l'on vient de définir.

Écrivons maintenant l'équation de Schrödinger pour une valeur particulière de k_y , $k_y = Qx_o/b$,

$$\begin{aligned} & \left[v_F (-i\alpha\partial_x - k_{F,\sigma}) - t_{\perp}(-ib\partial_y - Qx) \right] \Psi_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}'}(\mathbf{r}) \\ &= \left[v_F (-i\alpha\partial_x - k_{F,\sigma}) - t_{\perp}(Q(x - x_o)) \right] \Psi_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}'}(\mathbf{r}) . \end{aligned} \quad (1.16)$$

Cette équation montre clairement que notre modèle est équivalent à celui du gaz fermionique unidimensionnel dans un potentiel de période $2\pi/eHb$ où

chacune des valeurs de k_y ne fait que déterminer une phase différente du potentiel périodique. Ce résultat est appuyé par le fait que la fonction d'onde (1.11) vérifie le théorème de Bloch pour une particule se propageant dans un potentiel de périodicité $2\pi/Q$. Il est intéressant de remarquer que contrairement au modèle de Krönig-Penney, le spectre d'énergie de notre modèle ne possède pas de gap. Ceci est lié au fait que nous avons ici une dispersion linéaire plutôt que quadratique.

1.4.3 Jauge $\mathbf{A}_2(\mathbf{r}) = (-Hy, 0, 0)$

Dans cette jauge, le hamiltonien se récrit

$$\mathcal{H}(\mathbf{r}, \nabla_{\mathbf{r}}) = \sum_{\sigma, \alpha} v_F [-i\alpha\partial_x - k_{F,\sigma}(\alpha y)] - t_{\perp}(-ib\partial_y), \quad (1.17)$$

où $k_{F,\sigma}(\alpha y) = k_{F,\sigma} - \alpha eHy$, c'est-à-dire que le nombre d'onde de Fermi dépend du numéro de la chaîne, $j = y/b$, en plus de dépendre du spin. Cette fois, l'analogie se fait avec un système Q-1D de fermions de charge αe assujettis au potentiel électrique $-Hy$.^[53] Par ailleurs, l'application de la fonction d'onde

$$\begin{aligned} \Psi_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) &= \Psi_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}}^{(0)}(\mathbf{r}) e^{-ieHxy} \\ &\times \exp\left(i\frac{\alpha}{v_F} \int_0^x t_{\perp}(k_y b - Qx') dx' - i\frac{\alpha}{v_F} t_{\perp}(k_y b)x\right), \end{aligned} \quad (1.18)$$

sur (1.17) produit la même équation aux valeurs propres que (1.10) et le spectre d'énergie est encore une fois donné par (1.12). Pour le vérifier, le lecteur devra prendre garde de dériver toutes les dépendances en x et en y de la fonction d'onde. Il vérifiera aussi que ce résultat est en accord avec l'invariance sous la transformation de jauge $\mathbf{A}_2(\mathbf{r}) = \mathbf{A}_1(\mathbf{r}) + \nabla\chi(\mathbf{r})$ où $\chi(\mathbf{r}) = -Hxy$.

Ici, K_x est une constante du mouvement alors que K_y ne l'est pas,

$$i\dot{\mathbf{K}} = [\mathbf{K}, \mathcal{H}] = (0, -i\alpha v_F eH). \quad (1.19)$$

En outre, l'action de \mathbf{K} sur (1.18) produit

$$K_x \Psi_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \left(k_x - eHy + \frac{\alpha}{v_F} [t_{\perp}(k_y b - Qx) - t_{\perp}(k_y b)] \right) \Psi_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \quad (1.20)$$

$$K_y \Psi_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \bar{k}_y(x) \Psi_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}}(\mathbf{r})$$

où la valeur propre de K_y est $\bar{k}_y(x) = k_y - eHx$ et non k_y alors que celle de K_x est bien k_x . Notons aussi que puisque le spectre est donné par (1.12), il en découle encore une fois que $\dot{k}_x = \dot{k}_y = 0$. Enfin, l'équation du mouvement des opérateurs X , Y et \mathbf{K} ainsi que la définition

$$\bar{k}_{\alpha,x}(x) = k_x + \frac{\alpha}{v_F} [t_{\perp}(k_y b - Qx) - t_{\perp}(k_y b)] .$$

permettent, comme dans la jauge précédente, de retrouver des expressions analogues aux équations semi-classiques (1.5).

Nous connaissons maintenant les fonctions propres de notre système. Malheureusement, celles-ci ne forment pas une base vraiment adaptée au traitement de l'interaction entre fermions que nous allons introduire plus loin dans cette thèse. L'étude d'une base plus convenable est justement le sujet de la prochaine section.

1.4.4 Représentation dans l'espace des indices de chaîne

L'interaction que nous prévoyons ajouter sera locale dans l'espace des indices de chaînes. Nous voulons aussi une représentation qui permet de retrouver à température élevée les résultats d'un système de fermions 1D, donc sans effet cyclotron. Pour obtenir la représentation demandée, nous définissons les champs de seconde quantification $\psi_{\alpha,\sigma}(\mathbf{r})$, $\psi_{\alpha,\sigma}(k_x, y)$ et $a_{\alpha,\sigma}(\mathbf{k})$ et en déduisons les conséquences du saut interchaîne sur l'énergie d'une particule.

Soit les opérateurs $\psi_{\alpha,\sigma}(\mathbf{r})$ et $a_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}}$ reliés par

$$\psi_{\alpha,\sigma}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{k}} a_{\alpha,\sigma}(\mathbf{k}) \Psi_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}}(x, y) \quad (1.21)$$

et vérifiant les règles d'anticommutations

$$\begin{aligned} \left\{ \psi_{\alpha,\sigma}(\mathbf{r}), \psi_{\alpha',\sigma'}(\mathbf{r}') \right\} &= \left\{ \psi_{\alpha,\sigma}^{\dagger}(\mathbf{r}), \psi_{\alpha',\sigma'}^{\dagger}(\mathbf{r}') \right\} = 0, \\ \left\{ \psi_{\alpha,\sigma}(\mathbf{r}), \psi_{\alpha',\sigma'}^{\dagger}(\mathbf{r}') \right\} &= \delta_{\alpha,\alpha'} \delta_{\sigma,\sigma'} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\left\{a_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}}, a_{\alpha',\sigma',\mathbf{k}'}\right\} &= \left\{a_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}}^\dagger, a_{\alpha',\sigma',\mathbf{k}'}^\dagger\right\} = 0, \\ \left\{a_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}}, a_{\alpha',\sigma',\mathbf{k}'}^\dagger\right\} &= \delta_{\alpha,\alpha'}\delta_{\sigma,\sigma'}\delta_{\mathbf{k},\mathbf{k}'}.\end{aligned}$$

Ici, $\Psi_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}}(x,y)$ est donnée par (1.11) et comme il est d'usage, le † signifie de prendre le conjugué hermitique de l'opérateur visé. Nous définissons aussi l'opérateur $\psi_{\alpha,\sigma}(\bar{k}_x, y)$ selon

$$\begin{aligned}\psi_{\alpha,\sigma}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{\bar{k}_x} \psi_{\alpha,\sigma}(\bar{k}_x, y) e^{i\bar{k}_x x} \\ \psi_{\alpha,\sigma}(\bar{k}_x, y) &= \frac{1}{\sqrt{L}} \int dx \psi_{\alpha,\sigma}(\mathbf{r}) e^{-i\bar{k}_x x}.\end{aligned}$$

où \bar{k}_x est utilisée pour souligner la différence entre le paramètre de Fourier et la variable k_x qui décrit le spectre d'énergie.

Exprimons maintenant le hamiltonien de seconde quantification dans la jauge \mathbf{A}_1 ,

$$\begin{aligned}\mathcal{H} &= \sum_{\alpha,\sigma} \int d\mathbf{r} \psi_{\alpha,\sigma}^\dagger(\mathbf{r}) \mathcal{H}(\mathbf{r}, \nabla_{\mathbf{r}}) \psi_{\alpha,\sigma}(\mathbf{r}) . \\ &= \sum_{\alpha,\sigma,\bar{k}_x} \int dy \left\{ \psi_{\alpha,\sigma}^\dagger(\bar{k}_x, y) v_F (\alpha\bar{k}_x - k_{F,\sigma}) \psi_{\alpha,\sigma}(\bar{k}_x, y) \right. \\ &\quad \left. - \sum_{p=\pm 1, \pm 2} t_{|p|b} \psi_{\alpha,\sigma}^\dagger(\bar{k}_x, y) \psi_{\alpha,\sigma}(\bar{k}_x + pQ, y + pb) \right\} .\end{aligned}\tag{1.22}$$

où

$$\int dy f(y) = b \sum_j f(bj) ,$$

$t_{1b} \equiv t_b$ et $\mathcal{H}(\mathbf{r}, \nabla_{\mathbf{r}})$ est donné par (1.2). Pour obtenir ce résultat, nous avons généralisé (1.4) en remplaçant la fonction d'onde par l'opérateur $\psi_{\alpha,\sigma}(\mathbf{r})$ et ensuite utilisé

$$\frac{1}{\sqrt{L}} \int dx \psi_{\alpha,\sigma}(x, y + b) e^{-i(\bar{k}+Q)x} = \psi_{\alpha,\sigma}(\bar{k}_x + Q, y + b) .$$

Dans la jauge A_2 , le même système est décrit par

$$\mathcal{H} = \sum_{\alpha, \sigma, k_x} \int dy \left\{ \psi_{\alpha, \sigma}^\dagger(k_x, y) v_F (\alpha k_x + \alpha Q y / b - k_{F, \sigma}) \psi_{\alpha, \sigma}(k_x, y) \right. \\ \left. - \sum_{p=\pm 1, \pm 2} t_{|p|b} \psi_{\alpha, \sigma}^\dagger(k_x, y) \psi_{\alpha, \sigma}(k_x, y + pb) \right\} . \quad (1.23)$$

où cette fois le hamiltonien de première quantification est (1.17) et $\Psi_{\alpha, \sigma, \mathbf{k}}(x, y)$ est donnée par (1.18). Naturellement, la forme diagonale du hamiltonien est la même dans les deux jauges

$$\mathcal{H} = \sum_{\alpha, \alpha', \sigma, \sigma', \mathbf{k}, \mathbf{k}'} \int d\mathbf{r} a_{\alpha, \sigma, \mathbf{k}}^\dagger a_{\alpha', \sigma', \mathbf{k}'} \Psi_{\alpha, \sigma, \mathbf{k}}^*(x, y) \mathcal{H}(\mathbf{r}, \nabla_{\mathbf{r}}) \Psi_{\alpha', \sigma', \mathbf{k}'}(x, y) \\ = \sum_{\alpha, \sigma, \mathbf{k}} \varepsilon_{\alpha, \sigma}(\mathbf{k}) a_{\alpha, \sigma, \mathbf{k}}^\dagger a_{\alpha, \sigma, \mathbf{k}} .$$

Ce dernier résultat découle de (1.12) et de la relation d'orthonormalisation

$$\int d\mathbf{r} \Psi_{\alpha, \sigma, \mathbf{k}}^*(x, y) \Psi_{\alpha', \sigma', \mathbf{k}'}(x, y) = \delta_{\alpha, \alpha'} \delta_{\sigma, \sigma'} \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} .$$

Le hamiltonien (1.22) suggère que le saut de p chaînes provoque une variation pQ sur le nombre d'onde \bar{k}_x . L'énergie impliquée est l'énergie cyclotron, $\omega_H = v_F Q$ (fig. 7a). D'autre part, (1.23) montre plutôt que la différence d'énergie lors du saut interchaîne provient de la différence du nombre d'onde de Fermi d'une chaîne à l'autre (fig. 7b). On se convainc que ces deux représentations sont équivalentes.

Une analogie particulièrement intéressante entre notre modèle et celui de l'effet Hall quantique vaut la peine d'être soulignée. Rappelons tout d'abord que, d'après la sous-section 1.4.2, le champ magnétique transforme le problème du gaz de fermions Q-1D en un gaz fermionique contraint par un potentiel cristallin de périodicité $2\pi/Q$. Une réduction de dimensionnalité semblable apparaît dans l'effet Hall quantique. Dans ce dernier cas, le gaz de fermions libre à deux dimensions devient, en présence du champ magnétique, équivalent

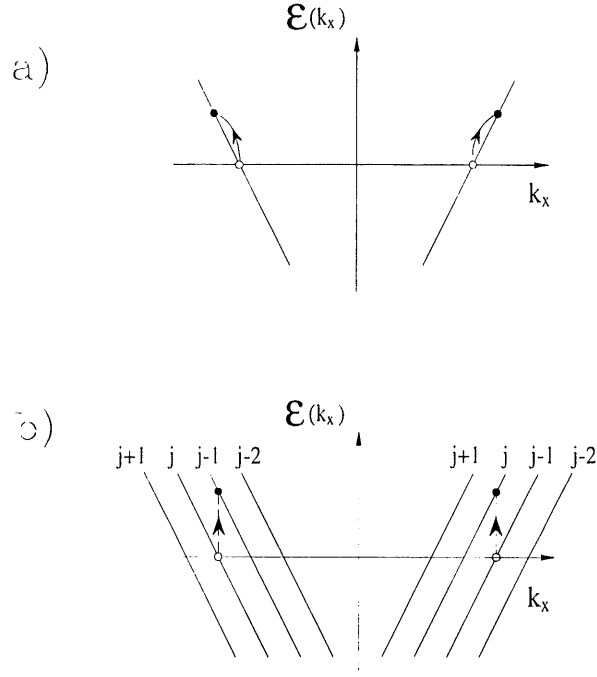


Figure 7: Spectres d'énergie d'après (1.22) a) et d'après (1.23) b) où j est l'indice de chaîne. Nous n'avons pas tenu compte des spins dans la représentation de cette figure. En a), les branches du spectre ont un degré de dégénérescence égal au nombre de chaînes. Le nombre d'onde de Fermi est le même pour toutes les chaînes mais k_x n'est pas conservé lors d'un saut interchaîne. La levée de dégénérescence des branches du spectre présenté en b) sépare les branches d'un facteur $\Delta k_F = nQ$ relié à la différence du nombre d'onde de Fermi entre deux chaînes voisines.

à l'oscillateur harmonique à une dimension de fréquence naturelle $\omega_H = eH/m$. Ici, m est la masse du fermion et ω_H est la fréquence cyclotron du problème. Selon l'interprétation semi-classique, le paquet d'onde réside le long d'une orbite de rayon $R \propto \sqrt{n/eH}$ où le nombre quantique n est associé au niveau de Landau d'énergie $n\omega_H$. Un changement du niveau d'excitation du système s'interprète comme un changement d'orbite accompagné d'un travail par la force de Lorentz. Ce travail vient du fait qu'une partie du mouvement s'exécute le long de cette force.

La transposition pour notre modèle de cette description se traduit comme suit. Lorsque le paquet d'onde initialement localisé sur une chaîne transite par effet tunnel vers une autre chaîne, une partie de son mouvement s'effectue le long de la force de Lorentz. Par conséquent, un travail ($ev_F Hb = \omega_H$) est accompli. Nous verrons à la sous-section 1.5.4 que cette description n'est valide qu'en champ fort, $\omega_H \gg \max(t_b, t_{2b})$. Dans la limite inverse, l'amplitude du paquet d'onde est répartie sur plusieurs chaînes et les niveaux quantiques doivent être redéfinis.

1.5 Fonction de Green thermique à une particule: longueurs et énergies caractéristiques

La fonction de Green thermique mono-fermionique permettra d'extraire les longueurs caractéristiques associées aux domaines de comportement en loi de puissance de la distance ainsi que celles associées à l'étalement des cohérences électroniques. Ces longueurs permettront d'identifier les différents régimes que peut atteindre le système et de délimiter le domaine où une procédure du groupe de renormalisation est autorisée.

1.5.1 Construction de la fonction de Green thermique

Cette fonction est construite à partir des opérateurs $C(\tau) = \psi_{\alpha,\sigma}(\tau, \mathbf{r})$, $\psi_{\alpha,\sigma}^\dagger(\tau, \mathbf{r})$, $a_{\alpha,\sigma}(\tau, \mathbf{k})$, et $a_{\alpha,\sigma}^\dagger(\tau, \mathbf{k})$ définis par

$$C(\tau) = e^{\tau \mathcal{H}} C e^{-\tau \mathcal{H}} \quad (1.24)$$

et vérifiant $\frac{\partial}{\partial \tau} C = [\mathcal{H}, C]$ où $\tau \in [-\beta, \beta]$ est le temps imaginaire de Matsubara.[†] En particulier, pour $C(\tau) = \psi_{\alpha,\sigma}(\tau, \mathbf{r})$ nous trouvons que

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \psi_{\alpha,\sigma}(\tau, \mathbf{r}) = - \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon_{\alpha,\sigma}(\mathbf{k}) a_{\alpha,\sigma}(\tau, \mathbf{k}) \Psi_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) .$$

La fonction de Green thermique, décrivant l'amplitude de probabilité de trouver un fermion en $\tilde{r} = (\tau, \mathbf{r})$ après en avoir déposé un en \tilde{r}' , est définie par

$$G_{\alpha,\sigma}(\tilde{r}, \tilde{r}') = - \langle T_\tau \psi_\alpha(\tilde{r}) \psi_\alpha^\dagger(\tilde{r}') \rangle , \quad (1.25)$$

[†] La constante de Boltzmann est posée égale à 1 tout au long de cet ouvrage.

où $\langle \dots \rangle$ symbolise la trace thermodynamique

$$\langle \dots \rangle = \text{Tr}(e^{-\beta\mathcal{H}} \dots) / \text{Tr}(e^{-\beta\mathcal{H}}) ,$$

et T_τ est l'opérateur d'ordre chronologique

$$\begin{aligned} T_\tau(\psi_{\alpha,\sigma}(\tilde{r})\psi_{\alpha,\sigma}^\dagger(\tilde{r}')) &= \psi_{\alpha,\sigma}(\tilde{r})\psi_{\alpha,\sigma}^\dagger(\tilde{r}') \quad \text{pour} \quad \tau > \tau' \\ &= -\psi_{\alpha,\sigma}^\dagger(\tilde{r}')\psi_{\alpha,\sigma}(\tilde{r}) \quad \text{pour} \quad \tau < \tau' \end{aligned}$$

Celui-ci agit de façon analogue sur $a_{\alpha,\sigma}(\tau, \mathbf{k})a_{\alpha,\sigma}^\dagger(\tau, \mathbf{k})$.

À l'aide de (1.21) et de (1.24), l'équation (1.25) se récrit

$$G_{\alpha,\sigma}(\tilde{r}, \tilde{r}') = T \sum_{\tilde{k}} e^{-i\omega_n(\tau-\tau')} G_{\alpha,\sigma}^0(\tilde{k}) \Psi_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \Psi_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}}^*(\mathbf{r}') \quad (1.26)$$

où

$$\begin{aligned} G_{\alpha,\sigma}^0(\tilde{k}) &= \int d\tilde{r} d\tilde{r}' G_{\alpha,\sigma}(\tilde{r}, \tilde{r}') \Psi_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}}^*(\mathbf{r}) \Psi_{\alpha,\sigma,\mathbf{k}'}(\mathbf{r}') \\ &= -\langle a_{\alpha,\sigma}(\tilde{k}) a_{\alpha,\sigma}^\dagger(\tilde{k}) \rangle = \frac{1}{i\omega_n - \varepsilon_{\alpha,\sigma}(\mathbf{k})} , \end{aligned} \quad (1.27)$$

est la fonction de Green thermique exprimée dans la base des états propres du système. Ici, $\varepsilon_{\alpha,\sigma}(\mathbf{k})$ est donné par (1.12), $\tilde{k} = (i\omega_n, \mathbf{k})$ et $\omega_n = \pi T(2n+1)$ sont les fréquences de Matsubara fermioniques. Enfin, d'après (1.11), nous avons que

$$\Psi_{\alpha,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \Psi_{\alpha,\mathbf{k}}^*(\mathbf{r}') = \frac{1}{N_\perp b L} e^{i(\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}-\mathbf{r}') - \frac{\alpha}{v_F} t_\perp (k_y b)(x-x'))} F_\alpha(x, x', k_y) \quad (1.28)$$

où

$$F_\alpha(x, x', k_y) = \exp \left(i \frac{\alpha}{v_F} \int_{x'}^x t_\perp (k_y b - Q x'') dx'' \right) . \quad (1.29)$$

Notre intérêt porte aussi sur la fonction de Green définie par

$$\begin{aligned} G_{\alpha,\sigma}(i\omega_n, \mathbf{r}, \mathbf{r}') &= \int_0^\beta d(\tau - \tau') e^{-i\omega_n(\tau-\tau')} G_{\alpha,\sigma}(\tilde{r}, \tilde{r}') \\ &= \frac{1}{N_\perp b L} \sum_{\mathbf{k}} G_{\alpha,\sigma}^0(\tilde{k}) e^{i(\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}-\mathbf{r}') - \frac{\alpha}{v_F} t_\perp (k_y b)(x-x'))} F_\alpha(x, x', k_y) . \end{aligned} \quad (1.30)$$

Pour évaluer celle-ci, la somme sur \mathbf{k} est transformée en une intégrale double à l'aide de

$$\frac{1}{N_{\perp} b L} \sum_{\mathbf{k}} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_x}{2\pi} \int_0^{2\pi/b} \frac{dk_y}{2\pi}$$

où la largeur de bande est prolongée jusqu'à l'infini. Pour compenser ce prolongement, nous imposons une longueur minimale à

$$\bar{x} \equiv x - x' ,$$

c'est-à-dire $\Lambda = 2a$. L'intégration sur k_x dans (1.30) mène alors à

$$G_{\alpha,\sigma}(i\omega_n, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int \frac{dk_y}{2\pi} G_{\alpha,\sigma}(i\omega_n, x, x', k_y) e^{ik_y(y-y')} \quad (1.31)$$

où

$$\begin{aligned} G_{\alpha,\sigma}(i\omega_n, x, x', k_y) &= \int \frac{dk_x}{2\pi} e^{ik_x \bar{x}} G_{\alpha,\sigma}^0(\tilde{k}) e^{-i\frac{\alpha}{v_F} t_{\perp}(k_y b)(x-x')} F_{\alpha}(x, x', k_y) \\ &= \frac{1}{2\pi v_F} \oint \frac{dZ}{i\omega_n - Z} e^{i(\alpha/v_F [Z + v_F k_{F,\sigma}] \bar{x})} F_{\alpha}(x, x', k_y) \\ &= G_{\alpha,\sigma}^{1D}(i\omega_n, \bar{x}) F_{\alpha}(x, x', k_y) \end{aligned} \quad (1.32)$$

et où la partie unidimensionnelle de la fonction de Green est donnée par,

$$G_{\alpha,\sigma}^{1D}(i\omega_n, \bar{x}) = -i \frac{\alpha}{v_F} \text{signe}(\omega_n) \theta(\alpha\omega_n \bar{x}) e^{-\alpha(\omega_n/v_F - ik_{F,\sigma})\bar{x}} . \quad (1.33)$$

L'intégrale de contour qui apparaît dans ce développement contourne l'un des demi-plans complexes. Le demi-plan, supérieur ou inférieur, est imposé par les conditions de convergence d'où la fonction de Heaviside $\theta(\alpha\omega_n x)$. D'autre part, la fonction $\text{signe}(\omega_n)$ est là pour tenir compte de l'orientation de ce contour. Notons, qu'il est tout à fait remarquable que nous puissions séparer la contribution transverse de la contribution longitudinale dans (1.32). Cette propriété est mise à profit dans les annexes A et B.

Il reste à faire l'intégration sur k_y dans (1.31), ce calcul est présenté à l'annexe F et donne,

$$G_{\alpha,\sigma}(i\omega_n, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = b^{-1} G_{\alpha,\sigma}^{1D}(i\omega_n, \bar{x}) I_{-N}(u_{\alpha}(\bar{x}), v_{\alpha}(\bar{x})) e^{-i(QX - \pi/2)N}$$

(1.34)

où

$$u_\alpha(\bar{x}) = \alpha \frac{4t_b}{\omega_c} \sin(Q\bar{x}/2) \quad , \quad v_\alpha(\bar{x}) = \alpha \frac{2t_{2b}}{\omega_c} \sin(Q\bar{x}) \quad (1.35)$$

et

$$I_N(u, v) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_{N-2l}(u) J_l(v) e^{-i\pi l/2} \quad , \quad (1.36)$$

Ici, les “ J ” désignent des fonctions de Bessel de première espèce, $N = (y - y')/b$ est un nombre entier correspondant au nombre de chaînes traversées par la particule et $X = (x + x')/2$ désigne le centre de la trajectoire le long de l’axe des x . Nous remarquons que la fonction de Green est invariante sous les translations $(y + pb, y' + pb)$ et $(x, x') \rightarrow (x + 2\pi p/QN, x' + 2\pi p/QN)$ où p est un entier. Ces règles d’invariance découlent du potentiel de périodicité $2\pi/Q$ induit par le champ tel que discuté à la sous-section 1.4.2. Un peu plus loin, (1.34) permettra d’identifier les longueurs caractéristiques du comportement en loi de puissance de l’amplitude de la cohérence statique des fermions.

Nous désirons maintenant obtenir l’expression détaillée de la fonction de Green (1.25),

$$G_{\alpha,\sigma}(\tilde{r}, \tilde{r}') = T \sum_{i\omega_n} e^{-i\omega_n(\tau - \tau')} G_{\alpha,\sigma}(i\omega_n, \mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad (1.37)$$

Il faut d’abord remarquer que d’après (D.3),[‡]

$$G_{\alpha,\sigma}^{1D}(\tilde{x}) = T \sum_{i\omega_n} e^{-i\omega_n \bar{\tau}} G_{\alpha,\sigma}^{1D}(i\omega_n, \bar{x}) = -\frac{i}{2\pi \xi_T} \frac{e^{i\alpha k_F \sigma \bar{x}}}{\sinh\left(\frac{\bar{x} + i\alpha v_F \bar{\tau}}{\xi_T}\right)} \quad (1.38)$$

où $\xi_T = v_F/\pi T$ et $G_{\alpha,\sigma}^{1D}(\bar{\tau} + \beta, \bar{x}) = -G_{\alpha,\sigma}^{1D}(\bar{\tau}, \bar{x})$. Portons ensuite (1.34) dans (1.37) puis utilisons (1.38) pour obtenir le second résultat important de cette section,

$$G_{\alpha,\sigma}(\tilde{r}, \tilde{r}') = b^{-1} G_{\alpha,\sigma}^{1D}(\bar{\tau}, \bar{x}) I_{-N}(u_\alpha(\bar{x}), v_\alpha(\bar{x})) e^{-i(QX - \pi/2)N} \quad (1.39)$$

Nous verrons que $G_{\alpha,\sigma}(\tau - \tau' = 0, \mathbf{r}, \mathbf{r}')$ mesure l’étalement dans l’espace de l’autocohérence instantanée des fermions à la température T .

[‡] Les numéros d’équations commençant par une lettre se trouve dans l’annexe identifiée par cette lettre.

1.5.2 Étendue de la cohérence statique

Nous définissons les parties longitudinale et transverse de l'étendue de la cohérence statique à partir des variances suivantes,

$$\xi_{\parallel}^2 = \frac{\int d\mathbf{r} x^2 \text{ ampl } (G_{\alpha,\sigma}(i\omega_n, \mathbf{r}))}{\int d\mathbf{r} \text{ ampl } (G_{\alpha,\sigma}(i\omega_n, \mathbf{r}))} \Big|_{n=0}$$

et

$$\xi_{\perp}^2 = \frac{\int d\mathbf{r} y^2 \text{ ampl } (G_{\alpha,\sigma}(i\omega_n, \mathbf{r}))}{\int d\mathbf{r} \text{ ampl } (G_{\alpha,\sigma}(i\omega_n, \mathbf{r}))} \Big|_{n=0}$$

où “ampl” signifie d'enlever les variations rapides, ex: $e^{-ik_F \bar{x}}$, $e^{i\pi N/2}$, de la fonction de Green de manière à ne conserver que l'enveloppe. On peut vérifier que ces longueurs correspondent aussi à

$$\xi_i^2 = -\frac{1}{G_{\alpha,\sigma}(\tilde{k})} \frac{\partial^2}{\partial k_i^2} G_{\alpha,\sigma}(\tilde{k}) \Big|_{k_x=k_F, k_y=\pi/2, n=0}$$

où i signifie $\parallel = x$ et $\perp = y$. En fait, les conditions $k_x = k_F, k_y = \pi/2, n = 0$, tout en choisissant un point de la surface de Fermi ne sélectionnent, eux aussi, que les termes qui contribuent à l'enveloppe du paquet d'ondes. Pour ce calcul, nous posons que la déviation à l'emboîtement est négligeable, $t_{2b} = 0$. Grâce à (1.34) et (E.4), il est ensuite facile de vérifier que $\xi_{\parallel}^2 = 2\xi_T^2$ alors qu'il résulte de (E.5) que

$$\xi_{\perp}^2(H) = 2b^2 \frac{(2t_b)^2}{(\pi T)^2 + \omega_H^2} . \quad (1.40)$$

On en conclut que l'étalement longitudinal du paquet d'ondes n'est pas modifié par le champ alors qu'au contraire, l'étalement transverse en dépend. Les valeurs limites sont $\xi_{\perp} = b\sqrt{2}2t_b/\pi T$ et $b\sqrt{2}2t_b/\omega_H$ respectivement à champ faible et à champ fort devant la température.

Définissons ici les températures de déconfinement transverse à une particule, $T_{x1} \equiv T_{x1}(H=0)$ et $T_{x1}(H)$ respectivement par les conditions $\xi_{\perp}(0) = b$ et $\xi_{\perp}(H) = b$. D'après (1.40), ces deux températures sont reliées par

$$\pi^2 T_{x1}^2 = \pi^2 T_{x1}^2(H) + \omega_H^2$$

ce qui permet d'obtenir,

$$T_{x^1}(H) = T_{x^1} \sqrt{1 - (\omega_H / \pi T_{x^1})^2} \quad (1.41)$$

où $T_{x^1} = 2\sqrt{2}t_b/\pi$. Cette expression traduit la décroissance de la température de déconfinement à une particule en fonction du champ magnétique. La longueur du paquet d'onde à cette température est donnée par $\xi_{||} = \sqrt{2}v_F/\pi T_{x^1}(H)$ et correspond en champ nul à

$$\xi_{||}(T_{x^1}) \equiv \xi_{x^1} = v_F/2t_b \text{ .}$$

1.5.3 Longueurs caractéristiques associées au comportement homogène

Nous établissons ici, à l'aide de (1.39), les domaines de longueurs longitudinale et transverse où la cohérence instantannée se comporte en loi de puissance en fonction de la distance.

Étudions d'abord le cas où le champ est nul et posons $Q = 0$ et $\bar{\tau} = 0$ dans (1.39)

$$G_{\alpha,\sigma}(\bar{\tau} = 0, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{i}{2\pi b \xi_T} \frac{e^{i\alpha k_F \bar{x}}}{\sinh(\bar{x}/\xi_T)} I_{-N} \left(\alpha \frac{2t_b}{v_F} \bar{x}, \alpha \frac{2t_{2b}}{v_F} \bar{x} \right) e^{i\pi N/2} \text{ .} \quad (1.42)$$

La dépendance de la fonction de Green sur la température disparaît lorsque $\bar{x} \ll \xi_T$. De plus, la cohérence décroît en loi inverse de la distance si $t_b = t_{2b} = 0$, ce qui correspond au comportement d'une fonction de Green 1D à température nulle. Dans le cas où $\bar{x} \gg \xi_T$, la cohérence décroît exponentiellement et la température détermine, à travers ξ_T , le taux de cette décroissance. Cette dernière quantité coïncide, à un facteur $\sqrt{2}$ près, à l'étalement longitudinale de la cohérence et correspond à la longueur thermique de de Broglie.

Pour trouver les conditions où la cohérence transverse instantannée s'éloigne du régime homogène nous posons $\bar{\tau} = 0$, $t_b \neq 0$, $\bar{x} \ll \max(\xi_T, Nv_F/2t_b)$ dans (1.42) et négligeons $2t_{2b}\bar{x}/v_F$. Lorsque l'on ne conserve que le premier terme du développement de la fonction de Bessel d'ordre N nous avons que,

$$I_N(z, 0) = J_N(z) \simeq (z/2)^N / N! \sim \left[\frac{z}{2N} \right]^N$$

et en tirons

$$G_{\alpha,\sigma}(\bar{\tau} = 0, \bar{x}, \bar{y} = Nb) \sim \frac{1}{\bar{x}} \left[\alpha \frac{2t_b}{Nv_F} \bar{x} \right]^N$$

qui se comporte selon la loi de puissance \bar{x}^{N-1} tant que $t_b \bar{x} / Nv_F \ll 1$ (*i.e.* $\bar{x} \ll N\xi_{x1}$). En particulier lorsque $\bar{x} = \xi_T$, ce critère devient $T \gg 2t_b / N\pi$. Nous en concluons que le comportement homogène persiste à plus basse température pour des distances transverses plus grandes. À partir du développement au deuxième ordre de $J_0(z)$ nous pouvons aussi déduire un critère indiquant la fin du régime de lois d'échelle 1D, $T \sim 2t_b / \pi$, qui coïncide à un facteur $\sqrt{2}$ près à la température définissant le seuil de déconfinement en champ nul.

Supposons maintenant que le champ est faible sans être nul et posons dans (1.39) que \bar{x} est beaucoup plus petit que la longueur cyclotron, $\bar{x} \ll \xi_H \equiv 1/Q = v_F / \omega_H$. Cette fois, nous obtenons que

$$G_{\alpha,\sigma}(\bar{\tau} = 0, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = b^{-1} G_{\alpha,\sigma}^{1D}(\bar{\tau} = 0, \bar{x}) I_{-N} \left(\alpha \frac{2t_b}{v_F} \bar{x}, \alpha \frac{t_{2b}}{v_F} \bar{x} \right) e^{-i(QX - \pi/2)N}$$

et l'effet du champ n'apparaît plus dans l'amplitude de la fonction de Green. Il persiste toutefois à travers $k_{F,\sigma}$ sous forme d'une phase dépendante du terme Zeeman et aussi à travers QXN sous forme d'une phase provenant de l'effet cyclotron. Ce résultat correspond, en fait, à la fonction de Green dans l'approximation eïkonale.^[76]

L'une ou l'autre des conditions suivantes, $\bar{x} \ll \max(v_F / 2t_{2b}, \xi_H)$ ou $\xi_H \ll v_F / 2t_{2b}$, conduit à

$$G_{\alpha,\sigma}(\bar{\tau} = 0, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = b^{-1} G_{\alpha,\sigma}^{1D}(\bar{\tau} = 0, \bar{x}) J_{-N} \left(\alpha \frac{4t_b}{\omega_H} \sin(Q\bar{x}/2) \right) e^{-i(QX - \pi/2)N}.$$

La première condition spécifie que les cohérences étudiées sont à trop courtes échelles pour que le champ magnétique et la déviation à l'emboîtement ne se fassent sentir. La seconde établit, que le champ magnétique annihile l'effet de t_{2b} et que ce dernier peut être négligé à toutes les échelles de longueurs. Enfin, $\bar{x} \ll \xi_{x1}, \xi_H$ ou $\xi_H \ll \xi_{x1} \equiv v_F / 2t_b$ appliquée à (1.39) permet d'obtenir directement la fonction de Green 1D,

$G_{\alpha,\sigma}(\bar{\tau} = 0, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = b^{-1} G_{\alpha,\sigma}^{1D}(\bar{\tau} = 0, \bar{x}) \delta_{N,0}$. Dans le premier cas, il s'agit d'un régime 1D n'existant que pour la cohérence à courte distance. Dans le deuxième cas, le régime 1D persiste à toutes les échelles de longueurs.

Les résultats de la présente section sont compilés aux tableaux 1 et 2. Les longueurs caractéristiques transverses se déduisent à partir des longueurs longitudinales en multipliant ces dernières par v_{\perp}/v_F où $v_{\perp} = 2t_b b$ est la vitesse caractéristique dans la direction transverse.

Tableau 1: Longueurs et énergies caractéristiques obtenues par le calcul de l'étalement du paquet d'ondes.

Type de Longueurs	énergies	longueurs longitudinales	longueurs transverses
thermique de de Broglie	T	$\xi_T = v_F/\pi T$	$\xi_{\perp} = b \sqrt{2} 2t_b/\pi T$
déconfinement	$2t_b$	$\xi_{x1} = v_F/2t_b$	b
déviatation à l'emboîtement	$2t_{2b}$	$\xi_{2b} = v_F/2t_{2b}$	bt_b/t_{2b}
cyclotron	ω_H	$\xi_H = 1/Q$	v_{\perp}/ω_H

Nous venons d'identifier les longueurs associées à l'étalement du paquet d'ondes et aux conditions où la fonction de Green suit un comportement en loi de puissance avec la distance. Les premières permettent de partager les régimes de confinement dimensionnel alors que les secondes identifient les conditions d'autosimilarités de la fonction d'onde et par conséquent des régimes où une méthode de renormalisation est applicable. Le fait que ces deux types de longueur représentent des quantités de même ordre de grandeurs ne fait que souligner que le déconfinement dimensionnel conduit à la perte des propriétés d'autosimilarités du régime unidimensionnel. Par la suite, une autre forme d'autosimilarité ne peut surgir qu'à l'approche d'un régime critique.

Tableau 2: Régimes de cohérence et leurs conditions d'existence tels qu'établis par l'étude des bornes du comportement homogène.

Régime	énergies	Conditions d'existence	
		longueurs longitudinales	longueurs transverses
cohérence quantique	$E \gg \pi T$	$\bar{x} \ll \xi_T$	$\bar{y} \ll 2t_b b / \pi T \simeq \xi_\perp$
1D	$E \gg 2t_b, 2t_{2b}$	$\bar{x} \ll \xi_{x^1}, \xi_{2t_b}$	$\xi_\perp \ll b$
emboîtement parfait	$t_b \gg t_{2b}$	$\xi_{x^1} \ll \xi_{2t_b}$	$\xi_\perp \ll b t_b / t_{2b}$
champ magnétique fort	$\omega_H \gg 2t_b$	$\xi_H \ll \xi_{x^1}$	$2t_b b / \omega_H \ll b$

Il faut s'attendre qu'une interaction entre fermions modifie les valeurs de ces longueurs. Cependant, cette interaction ne changera pas qualitativement la description faite ici, basée sur la compétition entre ces longueurs caractéristiques.

1.5.4 Fonction de Green en représentation (\bar{k}_x, y) et (\bar{k}_x, k_y)

En champ nul, l'évaluation des fonctions de réponse dans les représentations (\bar{k}_x, k_y) et (\bar{k}_x, y) est relativement facile à exécuter. En revanche, ces calculs deviennent beaucoup plus laborieux sous champ magnétique puisque celui-ci brise l'invariance sous translation. Comme nous le verrons dans les lignes qui suivent, cette brisure implique que le passage à la limite de champ nul provoque une brisure d'analyticité des fonctions établies dans ces représentations. Ce résultat n'est qu'un exemple du principe général énoncé par Anderson^[69] sur la non-analyticité des fonctions à la frontière d'une brisure de symétrie.

Considérons la transformée de Fourier dans l'espace-temps imaginaire de (1.25),

$$\begin{aligned} G_{\alpha,\sigma}(i\omega_n, \bar{k}_x, \bar{k}'_x, k_y) &= \int d\tilde{r} d\tilde{r}' e^{i(\tilde{k}' \cdot \tilde{r}' - \tilde{k} \cdot \tilde{r})} G_{\alpha,\sigma}(\tilde{r}, \tilde{r}') \\ &= \int dx dx' e^{i(\bar{k}'_x x' - \bar{k}_x x)} G_{\alpha,\sigma}(i\omega_n, x, x', k_y) \end{aligned}$$

où $\tilde{k} = (i\omega_n, \bar{k}_x, k_y)$, $(\tilde{k} \cdot \tilde{r}) = -i\omega_n \tau + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$ et $G_{\alpha,\sigma}(i\omega_n, x, x', k_y)$ a été définie dans (1.32). Le calcul est présenté dans l'annexe F.5 et donne

$$G_{\alpha,\sigma}(i\omega_n, \bar{k}_x, \bar{k}_x - NQ, k_y) = \frac{1}{b} \sum_p \frac{\mathcal{I}_p(\lambda_\alpha, \lambda'_\alpha) \mathcal{I}_{p+N}(\lambda_\alpha, \lambda'_\alpha)}{i\omega_n - \varepsilon_\alpha(\bar{k}_x) + \alpha p \omega_H} e^{-iNk_y b} \quad (1.43)$$

où

$$\lambda_\alpha = \alpha 2t_b / \omega_H, \quad \lambda'_\alpha = \alpha t_{2b} / \omega_H \quad (1.44)$$

et

$$\mathcal{I}_p(u, v) = \sum_n J_{p-2n}(u) J_n(v) \quad (1.45)$$

Cette dernière fonction diffère de (1.36) par l'absence d'un terme de phase $\pi n/2$ sur chacun des éléments de la somme. Encore ici, N correspond au nombre de chaînes traversées par la particule. Comme il fallait s'y attendre, la fonction de Green n'est pas diagonale lorsqu'exprimée à l'aide des nombres d'onde \bar{k}_x . En fait, comme indiqué à la sous-section 1.4.4, le nombre d'onde \bar{k}_x change d'un facteur NQ lorsqu'il y a N chaînes de traversées.

Il est clair à partir des expressions ci-dessus que la limite de champ nul de (1.43) est impraticable. Au contraire, son évaluation dans la limite de champ fort est facile à faire. Développons l'expression ci-dessus, dans l'hypothèse que $\omega_H \gg t_b \gg t_{2b}$. D'après (E.7) et (E.6), nous avons au premier ordre en λ_α

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_p(\lambda_\alpha, \lambda'_\alpha) &\simeq \delta_{p,0} J_0(\lambda_\alpha) + \delta_{p,0} \delta_{p,\pm 1} J_{\pm 1}(\lambda_\alpha) \\ &\simeq \delta_{p,0} + \delta_{p,\pm 1} p \lambda_\alpha / 2 \end{aligned}$$

et (1.43) devient

$$\begin{aligned} bG_\alpha(i\omega_n, k_x, k_x - NQ, k_y) &\simeq \\ &\frac{\delta_{N,0}}{i\omega_n - \varepsilon_\alpha(k_x)} - \frac{t_b \delta_{N,\pm 1}}{(i\omega_n - \varepsilon_\alpha(k_x)) (i\omega_n - \varepsilon_\alpha(k_x) + \alpha N \omega_H)} \end{aligned}$$

ce qui correspond aux premiers termes de la série perturbative entre deux niveaux de Landau.

Nous devons souligner que (1.43) montre que le poids des états électroniques représentés par \bar{k}_x n'est pas égale à 1 mais qu'il dépend de $2t_b$, t_{2b} et ω_H . Afin de retrouver le poids d'un électron de nombre d'onde \bar{k}_x il faut tenir compte de sa répartition sur l'ensemble des niveaux p d'énergie $v_F(\alpha k_x - k_{F,\sigma}) + p\omega_H$.

Pour le démontrer, définissons la fonction

$$g_\alpha(i\omega_n, k_x, k_y) = \sum_N G_{\alpha,\sigma}(i\omega_n, k_x, k_x + NQ, k_y) \quad (1.46)$$

et montrons qu'en fait $g_\alpha(i\omega_n, k_x, k_y) = G_{\alpha,\sigma}^0(\tilde{k})$. La somme sur N de cette dernière équation peut se récrire d'après (1.43)

$$\begin{aligned} \sum_N \mathcal{I}_{p+N}(\lambda_\alpha, \lambda'_\alpha) e^{ik_y N b} &= \sum_{l,N} J_N(\lambda_\alpha) J_l(\lambda'_\alpha) e^{ik_y(N-p+2l)b} \\ &= e^{-ik_y p b + i(\lambda_\alpha \sin(k_y b) + \lambda'_\alpha \sin(2k_y b))} \end{aligned} \quad (1.47)$$

Nous avons alors que

$$\begin{aligned} g_\alpha(i\omega_n, k_x, k_y) &= \sum_p \frac{\mathcal{I}_p(\lambda_\alpha, \lambda'_\alpha)}{i\omega_n - \varepsilon_\alpha(k_x) + \alpha p \omega_H} e^{-ik_y p b + \lambda_\alpha \sin(k_y b) + \lambda'_\alpha \sin(2k_y b)} e^{iN k_y b} \\ &= \sum_p \frac{\mathcal{I}_p(\lambda_\alpha, \lambda'_\alpha)}{i\omega_n - \varepsilon_\alpha(k_x) + \frac{i\alpha\omega_H}{k_y b} \frac{\partial}{\partial \rho}} e^{-i\rho k_y p b + i(\lambda_\alpha \sin(k_y b) + \lambda'_\alpha \sin(2k_y b))} \Big|_{\rho=1} \end{aligned}$$

où l'indice p au dénominateur a été remplacé par l'opérateur différentiel $\frac{i}{k_y b} \frac{\partial}{\partial \rho}$. Ceci permet d'exécuter la somme sur p de la même manière qu'en (1.47),

$$\sum_p \mathcal{I}_p(\lambda_\alpha, \lambda'_\alpha) e^{-i\rho k_y p b} = e^{-i(\lambda_\alpha \sin(\rho k_y b) + \lambda'_\alpha \sin(2\rho k_y b))}$$

et la fonction (1.46) devient

$$g_\alpha(i\omega_n, k_x, k_y) = \frac{1}{i\omega_n - \varepsilon(k_x) + t_\perp(k_y b)} = G_{\alpha,\sigma}^0(\tilde{k})$$

où $G_{\alpha,\sigma}^0(\tilde{k})$ a été définie à l'équation (1.27). Ce résultat montre que si l'on somme sur tous les états de nombres d'onde longitudinaux distants d'un multiple de Q , on obtient un des états propres du système. Inversement, on peut conclure que le champ distribue la fonction d'onde de la particule déposée sur une infinité de valeurs de \bar{k}_x séparées les unes des autres par Q .

1.6 Fonctions de réponse élémentaires

Les fonctions donnant la réponse du système à un champ externe, permettent de connaître le résultat d'une mesure par une sonde. D'autre part, remplacer le champ externe par des fluctuations de l'un des paramètres d'ordre permet d'identifier l'apparition des brisures de symétrie par la recherche des divergences à fréquence nulle de ces fonctions. Ici, le qualificatif "élémentaires" désigne des fonctions de réponse évaluées à partir de propagateurs libres, c'est-à-dire ne comprenant pas l'interaction entre particules. Les fonctions de réponse qui nous intéressent sont les susceptibilités du canal Cooper et du canal Peierls. Les premières sont établies par des excitations particule-particule de vecteur d'onde $\mathbf{q} = (q_x, q_y)$, alors que les secondes le sont par des excitations particule-trou de vecteur d'onde $\mathbf{q} = (2k_F + q_x, q_y)$. Les paramètres d'ordre locaux associés sont définis par

$$\begin{aligned}\mathcal{O}_{\mu}^0(\mathbf{r}, \tau) &= \sum_{\alpha, s, s'} s \sigma_{\mu}^{s, s'} \psi_{-, -s}(\mathbf{r}, \tau) \psi_{+, s'}(\mathbf{r}, \tau) , \\ \mathcal{O}_{\mu}^1(\mathbf{r}, \tau) &= \sum_{\alpha, s, s'} \sigma_{\mu}^{s, s'} \psi_{-, s}^*(\mathbf{r}, \tau) \psi_{+, s'}(\mathbf{r}, \tau) ,\end{aligned}\tag{1.48}$$

où $\mu = 0, 1, 2, 3$ désigne la polarisation dans la direction du temps, de x , de y et de z alors que $M = 0$ et 1 indique respectivement le canal Cooper et Peierls. Plus explicitement, l'onde de densité de charge (ODC) et l'onde de densité de spin (ODS) correspondent respectivement à $(M; \mu) = (1; 0)$ et $(1; 1, 2, 3)$ alors que les paramètres supraconducteur singulet et triplet sont associés respectivement à $(0; 0)$ et $(0; 1, 2, 3)$.

Les transformées de Fourier dans l'espace-temps de (1.48) se calculent à partir de

$$\mathcal{O}_\mu^M(\tilde{q}) = \sqrt{\frac{T}{N_\perp bL}} \int d\tilde{r} \mathcal{O}_\mu^M(\tilde{r}) e^{i\tilde{q} \cdot \tilde{r}}$$

et

$$\mathcal{O}_\mu^M(\tilde{r}) = \sum_{\tilde{q}} \mathcal{O}_\mu^M(\tilde{q}) e^{-i\tilde{q} \cdot \tilde{r}}$$

et s'écrivent

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_\mu^0(\tilde{q}) &= \sqrt{\frac{T}{N_\perp bL}} \sum_{\tilde{k}, \alpha, s, s'} s \sigma_\mu^{s, s'} \psi_{-, -s}(-\tilde{k} + \tilde{q}) \psi_{+, s'}(\tilde{k}) , \\ \mathcal{O}_\mu^1(\tilde{q}) &= \sqrt{\frac{T}{N_\perp bL}} \sum_{\tilde{k}, \alpha, s, s'} \sigma_\mu^{s, s'} \psi_{-, s}^*(\tilde{k} - \tilde{q}) \psi_{+, s'}(\tilde{k}) , \end{aligned} \quad (1.49)$$

où $\tilde{q} = (i\omega_m, \mathbf{q})$, $\tilde{q} \cdot \tilde{r} = -i\omega_m \tau + \mathbf{q} \cdot \mathbf{r}$ et $\omega_m = 2\pi T m$ désigne une fréquence de Matsubara bosonique. La réponse au point \tilde{r} d'une excitation ayant un paramètre d'ordre $\mathcal{O}_\mu^M(\tilde{r}')$ est alors donnée par

$$\chi_\mu^M(\tilde{r}, \tilde{r}') = - \langle \mathcal{O}_\mu^{M*}(\tilde{r}) \mathcal{O}_\mu^M(\tilde{r}') \rangle ,$$

alors que sa transformée de Fourier s'exprime selon

$$\chi_\mu^M(\tilde{q}, \tilde{q}') = - \int d\tilde{r} d\tilde{r}' \langle \mathcal{O}_\mu^{M*}(\tilde{r}) \mathcal{O}_\mu^M(\tilde{r}') \rangle e^{-i(\tilde{q} \cdot \tilde{r} - \tilde{q}' \cdot \tilde{r}')} .$$

Le terme dans l'exponentielle peut se récrire $(\tilde{q} - \tilde{q}') \cdot \tilde{R} + (\tilde{q} + \tilde{q}') \cdot \tilde{r}/2$ où $\tilde{R} = (\tilde{r} + \tilde{r}')/2$ et $\tilde{r} = (\tilde{r} - \tilde{r}')$.

Nous verrons que le terme $\langle O^* O \rangle$ de la fonction de réponse Peierls, est invariant sous translation. Dans ce cas, l'intégrale sur \tilde{R} impose $\tilde{q} = \tilde{q}'$ et il ne reste plus qu'une intégrale sur la distance entre la source et la sonde,

$$\chi_\mu^1(\tilde{q}) = - \int d(\tilde{r} - \tilde{r}') \langle \mathcal{O}_\mu^{M*}(\tilde{r}) \mathcal{O}_\mu^M(\tilde{r}') \rangle e^{-i\tilde{q} \cdot (\tilde{r} - \tilde{r}')} .$$

Dans le cas du canal Cooper en présence du champ magnétique, le terme de la forme $\langle O^* O \rangle$ n'est invariant que sous une translation discrète que nous préciserons plus loin. Pour l'instant, il suffit de souligner que cette fonction de

réponse possède deux nombres d'onde comme argument. On trouve donc d'après (1.34) que les fonctions de réponse Cooper et Peierls s'écrivent,

$$\begin{aligned}\chi_{\mu}^0(\tilde{q}, \tilde{q}') &= -\frac{T}{N_{\perp} b L} \sum_{i\omega_n, \alpha, s, s'} \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' |\sigma_{\mu}^{s, s'}|^2 G_{+, s}(1) G_{-, -s'}(2) e^{-i(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} - \mathbf{q}' \cdot \mathbf{r}')} \\ \chi_{\mu}^1(\tilde{q}) &= T \sum_{i\omega_n, \alpha, s, s'} \int d(\mathbf{r} - \mathbf{r}') |\sigma_{\mu}^{s, s'}|^2 G_{+, s}(1) G_{-, s'}(3) e^{-i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')} .\end{aligned}\tag{1.50}$$

où $1 = (i\omega_n, \mathbf{r}, \mathbf{r}')$, $2 = (-i\omega_n + i\omega_m, \mathbf{r}, \mathbf{r}')$ et $3 = (i\omega_n - i\omega_m, \mathbf{r}, \mathbf{r}')$. Ces fonctions de réponse sont représentées à la figure 8.

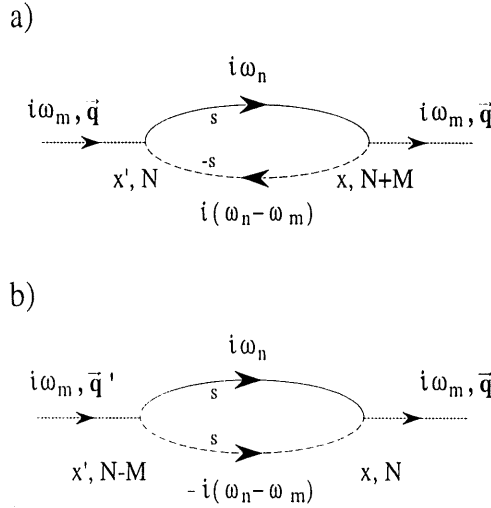


Figure 8: Diagrammes des fonctions de réponse (a) Peierls $\chi_{1,2}^1$ et (b) Cooper $\chi_{1,2}^0$.

1.6.1 Fonction de réponse Peierls en champ magnétique

Dans cette section, nous établissons explicitement l'expression de la fonction de réponse $\chi_{1,2}^1$ qui implique une paire particule-trou de spins opposés se propageant selon le vecteur d'onde $\mathbf{q} = (2k_F + q_x, q_y)$. Notre choix de polarisation, $\mu = 1, 2$, permet de mettre de côté la dépendance sur le terme

Zeeman. En vertu de (1.34) et (1.50), $\chi_{1,2}^1(i\omega_m, \mathbf{q})$ se récrit suivant

$$\chi_{1,2}^1(i\omega_m, \mathbf{q}) = \frac{2T}{b} \sum_{i\omega_n} \int d\bar{x} e^{-i(2k_F + q_x)\bar{x}} G_{+, \uparrow}^{1D}(i\omega_n, \bar{x}) G_{-, \downarrow}^{1D}(i\omega_n - i\omega_m, -\bar{x}) P(\bar{x}, q_y) \quad (1.51)$$

où

$$P(\bar{x}, q_y) = \sum_N e^{-iNq_y b} I_{-N}(u_+(\bar{x}), v_+(\bar{x})) I_N(u_+(\bar{x}), v_+(\bar{x})) \quad (1.52)$$

alors que $Nb = (y - y')$ est la distance transverse parcourue par la paire. Nous avons utilisé ici le fait que $u_-(-\bar{x}) = u_+(\bar{x})$ et $v_-(-\bar{x}) = v_+(\bar{x})$. En plus de contribuer à l'analyse ci-dessous, l'équation (1.52) sera utile dans le traitement de la limite de champ fort. Nous observons ici qu'une partie des propriétés du potentiel périodique induite par le champ n'apparaît plus dans la fonction de réponse Peierls. En effet, la phase XQN de l'électron est compensée par une phase inverse provenant du trou. La présence du champ persiste toutefois dans les termes en sinus.

Deux autres formes de $P(\bar{x}, q_y)$ sont possibles en vertu de (E.22) et (E.23), il s'agit de

$$P(\bar{x}, q_y) = I_0(2u_+(\bar{x}) \cos(q_y b/2), 2v_+(\bar{x}) \cos(q_y b)) \quad (1.53)$$

et de

$$P(\bar{x}, q_y) = \sum_p \left| I_p \left(\frac{4t_b}{\omega_H} \cos(q_y b/2), \frac{2t_{2b}}{\omega_H} \cos(q_y b) \right) \right|^2 e^{ipQ\bar{x}}. \quad (1.54)$$

La première entrera dans le traitement en champ faible et lorsque $q_y b = \pi$, tandis que la seconde permettra de mettre en évidence les ODSIC. Notons en passant que pQ apparaît ici comme le conjugué de Fourier de \bar{x} , alors que N dans (1.52) est le conjugué de Fourier de q_y .

Posons maintenant $\omega_m = 0$ dans (1.51), il en découle grâce à (D.3) que

$$\chi_{1,2}^1(\mathbf{q}) = -D(0) \frac{2}{\xi_T} \Re e \int_{\Lambda}^{\infty} d\bar{x} \frac{e^{-iq_x \bar{x}} P(\bar{x}, q_y)}{\sinh(2\bar{x}/\xi_T)}, \quad (1.55)$$

où $D(0) = 1/\pi b v_F$ est la densité d'états par unité de surface, \Re signifie de prendre la partie réelle et $\Lambda = 2a$ est la coupure ultraviolette. La fonction $\sinh(2\bar{x}/\xi_T)$ introduit, tant qu'à elle, une coupure infrarouge de l'ordre de ξ_T . La partie essentielle de la contribution à $\chi_{1,2}^1$ provient donc de l'intervalle $[\Lambda, \xi_T]$. Ajoutons et retranchons 1 au numérateur du membre de droite de la dernière expression, posons de plus que $\mathbf{q} = (2k_F, q_y)$ pour trouver que

$$\chi_{1,2}^1(2k_F, q_y)/D(0) = \ln(\tanh(\Lambda/\xi_T)) - \frac{2}{\xi_T} \Re \int_{\Lambda}^{\infty} d\bar{x} \frac{P(\bar{x}, q_y) e^{-iq_x \bar{x}} - 1}{\sinh(\frac{2\bar{x}}{\xi_T})}. \quad (1.56)$$

L'approximation faite habituellement est de poser $\Lambda/\xi_T \ll 1$, ce qui permet de remplacer $\tanh(\Lambda/\xi_T)$ par Λ/ξ_T et d'assigner la valeur zéro à la borne inférieure de l'intégrale dans (1.56). Nous allons maintenant évaluer cette susceptibilité élémentaire et en discuter le contenu physique pour différents cas limites.

- **cas 1)** $H = 0$ et $t_{2b} = 0$

Nous montrons ici que lorsque le champ est nul et que l'emboîtement est parfait, la susceptibilité diverge au nombre d'onde d'emboîtement transverse $\mathbf{q}_t = (2k_F, \pi/b)$. Sous les mêmes conditions, nous présentons aussi les premières corrections sur la susceptibilité lorsque $q_y b \neq \pi$ et $2t_b \cos(q_y b/2) \ll \pi T$.

Tout d'abord, les conditions posées et (E.18) permettent de récrire $P(x, q_y)$ dans (1.53) sous la forme de,

$$P(x, q_y) = J_0 \left(\frac{4t_b}{v_F} x \cos(q_y b/2) \right). \quad (1.57)$$

Cette expression permet de montrer que (1.56) est maximale à $\mathbf{q} = \mathbf{q}_t$ et diverge suivant une loi logarithmique à ce vecteur d'onde lorsque $\Lambda \ll \xi_T$. En fait, lorsque l'on s'écarte de $q_y = \pi/b$, le numérateur dans l'argument d'intégration de (1.55) oscille et le résultat après intégration s'en trouve affaiblit. Plus précisément, le saut interchaîne produit sur la fonction de réponse le même effet qu'un gap d'amplitude $\Delta = 2t_b \cos(q_y b/2)$. Ceci se démontre, entre autre, par un développement de (1.57) au deuxième ordre en t_b :

$J_0(2\Delta x/v_F) = 1 - \frac{1}{4}(2\Delta x/v_F)^2$ où $\Delta = 2t_b \cos(q_y b/2)$. Ce développement est ensuite introduit dans (1.56). Le deuxième membre de droite de cette-ci devient alors d'après (D.4)

$$-\frac{2}{\xi_T} \left(\frac{\Delta}{v_F} \right)^2 \int_0^\infty dx \frac{x^2}{\sinh(2x/\xi_T)} = -\frac{7\zeta(3)}{8} \left(\frac{\Delta}{\pi T} \right)^2$$

qui correspond à la première correction sur le terme en logarithme de la susceptibilité. À ce niveau de précision, la susceptibilité peut être décrite par

$$\chi_{1,2}^1 \sim -\ln(v_F/\Lambda\pi T) + \left(\frac{\Delta}{\pi T} \right)^2 \sim -\ln \left(v_F/\Lambda \sqrt{(\pi T)^2 + 2\Delta^2} \right)$$

où on a posé $7\zeta(3)/8 \sim 1$. La divergence logarithmique est donc coupée par Δ à la manière d'un gap.

- cas 2) $H = 0$, $t_{2b} \neq 0$, $q_y b = \pi$

La déviation par rapport à l'emboîtement parfait affaiblit la susceptibilité au vecteur \mathbf{q}_t . En effet, nous avons que $P(x, \pi) = J_0(4t_{2b}x/v_F)$ ce qui permet d'utiliser les mêmes expressions qu'au cas 1) en remplaçant Δ par $2t_{2b}$. En outre, nous avons que

$$\chi_{1,2}^1(2k_F, \pi) \sim -\ln \left(\frac{v_F}{\Lambda \sqrt{(\pi T)^2 + 8t_{2b}^2}} \right)$$

qui montre clairement que la déviation à l'emboîtement est bien une énergie de seuil et qu'elle provoque un ralentissement marqué de la croissance de la réponse à \mathbf{q}_t à mesure que la température diminue. L'équivalence entre $2t_{2b}$ et un gap peu aussi se démontrer de la manière suivante. Nous avons d'abord par l'équation (17.3319) de Gradshteyn et Ryzhik^[58] que

$$J_0(2\Delta x/v_F) = \frac{2}{\pi} \int_\Delta^\infty du \frac{\sin(2ux/v_F)}{\sqrt{u^2 - \Delta^2}}$$

et le fait que

$$\int_0^\infty dx \frac{\sin(2ux/v_F)}{\sinh(2x/\xi_T)} = \frac{\xi_T}{2} \frac{\pi}{2} \tanh(u/2T),$$

pour obtenir la susceptibilité en présence d'un gap Δ ,

$$\chi_{1,2}^1 \propto \int_\Delta^\infty du \frac{\tanh(u/2T)}{\sqrt{u^2 - \Delta^2}} \propto \int_0^\infty d\epsilon \frac{\tanh(\sqrt{\epsilon^2 + \Delta^2}/2T)}{\sqrt{\epsilon^2 + \Delta^2}}. \quad (1.58)$$

- cas 3) $H \neq 0$, $t_{2b} = 0$

Ce cas permet d'évaluer l'effet du champ magnétique sur le saut transverse à deux particules. Nous avons vu que le champ magnétique diminue l'étalement transverse des paquets d'ondes. Nous constaterons ici qu'il diminue aussi l'étalement de la corrélation entre les membres d'une paire particule-trou. De plus, nous montrons l'existence de divergences logarithmiques de la susceptibilité pour un ensemble de nombres d'onde et que le nombre d'onde de la plus forte divergence est le même qu'en champ nul, $\mathbf{q} = \mathbf{q}_t$.

Dans le cas présent, nous obtenons à partir de (1.53) et de (1.54) respectivement

$$P(\bar{x}, q_y) = J_0 \left(\frac{8t_b}{\omega_H} \sin(Q\bar{x}/2) \cos(q_y b/2) \right) \quad (1.59)$$

et

$$P(\bar{x}, q_y) = \sum_p J_p^2 \left(\frac{4t_b}{\omega_H} \cos(q_y b/2) \right) e^{iQp\bar{x}}. \quad (1.60)$$

De la dernière expression, nous observons qu'une divergence logarithmique survient pour tout $q_x = QN$. Cette contribution est alors proportionnelle à $J_N^2 \left(\frac{4t_b}{\omega_H} \cos(q_y b/2) \right)$ où q_y est choisi de manière que $N \sim 4t_b \cos(q_y b/2)/\omega_H$. Ce choix de q_y correspond à la réponse optimale pour un N donné. Cependant, puisque la valeur maximale de $|J_N(u)|$ décroît avec N qui augmente, la divergence la plus forte est réalisée en fait pour $N = 0$, $q_y b = \pi$ et son amplitude est indépendante du champ magnétique. La figure 9 présente l'un des résultats de G. Montambaux^[30] concernant le calcul de cette fonction de réponse.

Il reste à montrer que le champ affaiblit la dépendance de la susceptibilité sur les propriétés transverses. Pour cela, développons (1.59) au deuxième ordre en t_b ,

$$P(x, q_y) - 1 \sim -\frac{1}{4} \left(\frac{8t_b}{\omega_H} \sin(Q\bar{x}/2) \cos(q_y b/2) \right)^2$$

et reportons le résultat dans (1.56) pour obtenir finalement grâce à (D.6)

$$\chi_{1,2}^1(2k_F, q_y)/D(0) = \ln(\Lambda/\xi_T) - 2 \left(\frac{2t_b}{\omega_H} \cos(q_y b/2) \right)^2 \left[\psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Re \psi\left(\frac{1}{2} + i\frac{Q\xi_T}{4}\right) \right].$$

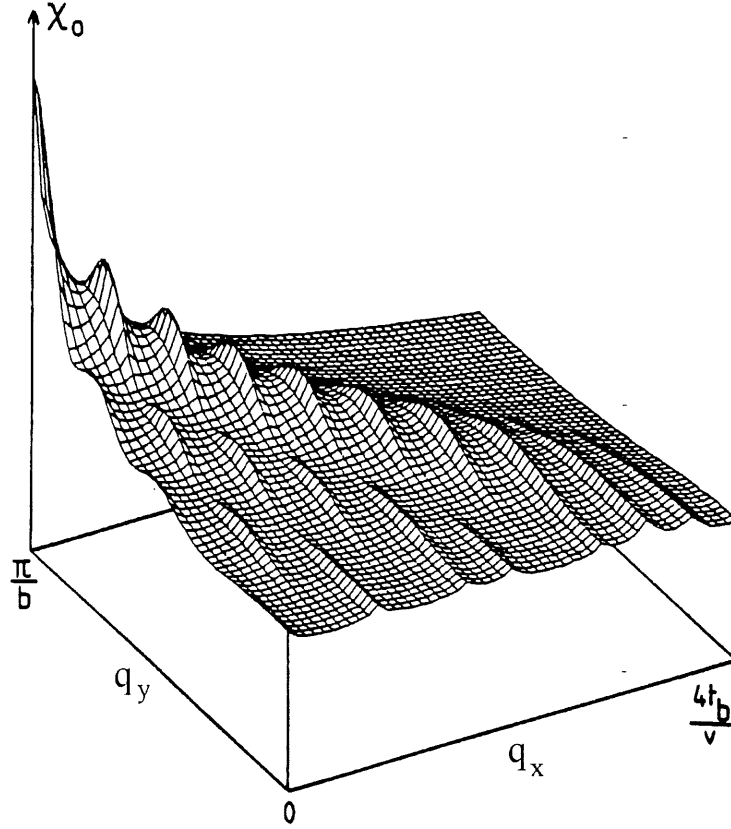


Figure 9: Fonction de réponse élémentaire de type Peierls en fonction du nombre d'onde $\mathbf{q} = (2k_F + q_x, q_y)$ dans l'hypothèse d'un emboîtement parfait et d'une température finie. La position en q_x des pics est donnée par : $q_x = nQ$. À température nulle, chacun de ces pics diverge logarithmiquement. Toutefois, le maximum absolu est toujours à $\mathbf{q} = \mathbf{q}_t$.

Enfin, par (D.8) nous avons à l'ordre le plus bas en champ magnétique que

$$\chi_{1,2}^1(2k_F, q_y) \simeq -\ln(\xi_T/\Lambda) + \left(\frac{2t_b}{\pi T} \cos(q_y b/2)\right)^2 \left[\frac{7\zeta(3)}{8} - \frac{31\zeta(5)}{32} \left(\frac{Q\xi_T}{2}\right)^2 \right]$$

qui suggère, comme ce fût le cas pour le propagateur à une particule, que le champ magnétique affaiblit la valeur effective du saut interchaîne selon $t_{b,eff} \simeq t_b \sqrt{1 - (\frac{\omega_H}{2\pi T})^2}$. À l'ordre calculé, on peut remplacer $t_{b,eff}$ dans t_b dans l'expression de Δ des cas 1 et 2.

- cas 4) $H \neq 0$, $t_{2b} \neq 0$ et $q_y b = \pi$

Cette condition correspond à l'une des propositions de Gor'kov et Lebed pour expliquer les ODSIC. Elle est utilisée ici afin de montrer que le champ magnétique s'oppose à la déviation à l'emboîtement et améliore par conséquent la réponse à \mathbf{q}_t .

Sous les conditions ci-dessus, l'équation (1.53) se récrit, d'après (E.19) et (E.8),

$$P(x, q_y = \pi/b) = J_0 \left(\frac{4t_{2b}}{\omega_H} \sin(Qx) \right) \quad (1.61)$$

$$= \sum_p J_p^2 \left(\frac{2t_{2b}}{\omega_H} \right) e^{i2pQx}. \quad (1.62)$$

Le report de (1.61) dans (1.56) vérifie qu'une divergence logarithmique survient pour tout $\mathbf{q} = (2k_F + 2pQ, \pi/b)$. La valeur de p conduisant à la plus forte divergence est $p \sim 2t_{2b}/\omega_H$. Elle correspond à une très faible valeur du nombre d'onde $q_x = 2pQ$, soit $|q_x| \sim 4t_{2b}/v_F$. Remarquons que la forme de $P(\bar{x}, \pi/b)$ présentée ici est très semblable au cas 3) et les mêmes expressions peuvent être reprises en remplaçant $2t_b \cos(q_y b/2)$ par $2t_{2b}$ et $Q/2$ par Q . Par exemple, la valeur effective de t_{2b} diminue avec le champ d'une manière analogue à $t_{b,eff}$, $t_{2b,eff} = t_{2b} \sqrt{1 - (\omega_H/\pi T)^2}$.

- cas 5) $H \neq 0$, $t_{2b} \neq 0$

Il s'agit du cas général qui a conduit le groupe de Paris à la notion d'emboîtement (nesting) quantifié. Ici, des divergences logarithmiques existent pour un ensemble de nombres d'onde q_y . Mais contrairement au cas 3, la présence d'une déviation à l'emboîtement parfait produit une réponse maximale à un vecteur d'onde qui peut être différent du vecteur d'onde d'emboîtement transverse \mathbf{q}_t .

Utilisons d'abord la propriété (E.24), $\sum_p |I_p(u, v)|^2 = 1$, pour écrire

$$\begin{aligned}
P(\bar{x}, q_y) e^{-iq_x \bar{x}} - 1 &= P(\bar{x}, q_y) e^{-iq_x \bar{x}} - \sum_p \left| I_p^2(2\lambda_+ \cos(q_y b/2), 2\lambda'_+ \cos(q_y b)) \right|^2 \\
&= \sum_p \left| I_p(2\lambda_+ \cos(q_y b/2), 2\lambda'_+ \cos(q_y b)) \right|^2 \left[e^{i(pQ - q_x) \bar{x}} - 1 \right] .
\end{aligned} \tag{1.63}$$

En général, l'étude de cette contribution nécessite une analyse numérique. À un champ donné, il faut connaître les valeurs de q_y et q_x qui mènent à la contribution la plus élevée de la fonction de réponse. En pratique, il est souvent suffisant de chercher la combinaison (p, q_y) qui conduit à la valeur la plus élevée de

$$|I_p(2\lambda_+ \cos(q_y b/2), 2\lambda'_+ \cos(q_y b))|^2 .$$

Supposons que cette condition est réalisée par (p_0, q_y^0) . Pour éliminer les oscillations à cette contribution, il faut fixer q_x à $p_0 Q$. Ainsi, si p_0 change sous variation du champ, alors $q_x = p_0 Q$ évolue de manière discontinue. C'est cette caractéristique qui donne lieu à l'emboîtement quantifié et à la numérotation des phases qui s'en suit. Le vecteur d'emboîtement doit évoluer de manière que la surface de Fermi enferme un nombre entier de quantum de flux.

Reportons les paramètres p_0, q_y^0 et q_x^0 dans (1.63) et utilisons cette dernière pour le calcul de (1.56). On obtient alors à l'aide de (D.5) que

$$\begin{aligned}
\chi_{1,2}^1(2k_F + p_0 Q, q_y^0)/D(0) &= -\ln(\xi_T/\Lambda) \\
&- \sum_p I_p^2(\lambda_+ \cos(q_y^0/2), \lambda'_+ \cos(q_y^0)) \left[\psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Re e \psi\left(\frac{1}{2} + i \frac{(p-p_0)\omega_H}{4\pi T}\right) \right] .
\end{aligned}$$

Lorsque la partie imaginaire dans la deuxième fonction digamma est petite nous obtenons grâce à (D.8) que

$$\psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Re e \psi\left(\frac{1}{2} + i \frac{\omega_H}{4\pi T}(p - p_0)\right) \sim -\frac{7\zeta(3)}{16} \left(\frac{\omega_H}{\pi T}(p - p_0)\right)^2 .$$

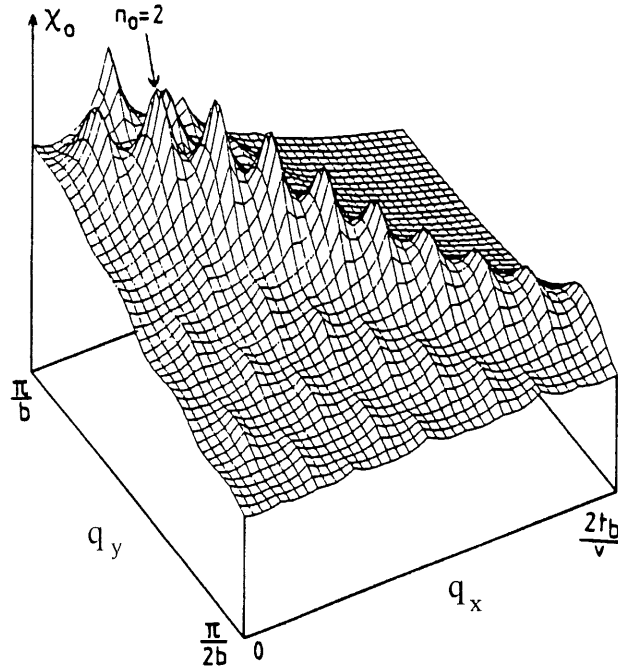


Figure 10: Fonction de réponse élémentaire de type Peierls en fonction des deux composantes du nombre d'onde $\mathbf{q} = (2k_F + q_x, q_y)$ dans l'hypothèse d'une déviation à l'emboîtement parfait et d'une température finie. La position en q_x des pics est donnée par: $q_x = nQ$. Contrairement à la figure 9, le maximum absolu n'est plus à $\mathbf{q} = \mathbf{q}_t$ et il se déplace en fonction du champ. Cette figure est tirée de la référence [30].

dans le cas contraire, d'après (D.9), le comportement est logarithmique $\sim -\ln \left[\left(\frac{\omega_H}{2\pi T} |(p - p_0)| \right) \right]$ et vient affaiblir la fonction de réponse. Dans cette dernière limite, il faut aussi tenir compte que les I_p décroissent fortement lorsque l'indice p s'éloigne de p_0 . La figure 10 donne un exemple de la fonction de réponse Peierls en présence de déviation à l'emboîtement parfait.

1.6.2 Fonction de réponse dans le canal Cooper

Bien qu'une étude approfondie de l'effet du champ sur les phases supraconductrices n'est pas l'objectif principal de cet ouvrage, une certaine

compréhension des fluctuations du paramètre d'ordre Cooper en présence du champ magnétique nous est nécessaire. Nous verrons que le canal Cooper met en relief la perte de l'invariance sous translation provoquée par le champ d'une manière beaucoup plus prononcée que le canal Peierls. Pour cette raison, la fonction de réponse Cooper est aussi plus délicate à traiter. Ici, comme précédemment, la polarisation $\mu = 1, 2$ sera choisie pour éviter de devoir tenir compte du terme Zeeman.

L'emploi de (1.34), (1.50) et (E.17) permet d'établir que

$$\chi_{1,2}^0(i\omega_m, \mathbf{q}, \mathbf{q}') = -\frac{2T}{Lb} \sum_{i\omega_n} \int_{\Lambda}^{\infty} d\bar{x} \int_{-L/2}^{L/2} dX e^{-i[(q_{x'}+q_x)\bar{x}/2+(q_{x'}-q_x)X]} \times G_{+,\uparrow}^{1D}(i\omega_n + i\omega_m, \bar{x}) G_{-,\uparrow}^{1D}(-i\omega_n, \bar{x}) C(\bar{x}, X, q_y) \quad (1.64)$$

où

$$C(\bar{x}, X, q_y) = \sum_N e^{iN(q_y b - 2QX)} |I_{-N}(u_+(\bar{x}), v_+(\bar{x}))|^2 \quad (1.65)$$

L'apparition de la variable X dans l'argument de l'intégrale ci-dessus est reliée à la perte de l'invariance sous translation en présence du champ magnétique et impose que deux nombres d'onde \mathbf{q} et \mathbf{q}' soit nécessaire pour d'écrire $\chi_{1,2}^0$. D'après (E.23) nous avons que (1.65) se récrit

$$C(\bar{x}, X, q_y) = I_0(2u_+(\bar{x}) \sin(q_y b/2 - QX), 2v_+(\bar{x}) \sin(q_y b - 2QX)) \quad (1.66)$$

et l'on vérifie que l'effet du potentiel périodique disparaît à champ nul, ($Q = 0$). La fonction de réponse Cooper devient maximale à $\mathbf{q} = (0, 0)$ où elle est indépendante des sauts interchaînes.

Insérons maintenant (1.65) dans (1.69) et intégrons sur X , nous avons alors que $q'_x = q_x + 2NQ$ d'où

$$\chi_{1,2}^0(\mathbf{q}, q_x + 2NQ) = -\frac{2}{\xi_T} D(0) \Re \int d\bar{x} e^{-i(q_x + NQ)\bar{x}} e^{iNq_y b} \frac{|I_{-N}(u_+(\bar{x}), v_+(\bar{x}))|^2}{\sinh(2\bar{x}/\xi_T)}. \quad (1.67)$$

D'autre part, nous savons que la température a pour effet d'apporter une incertitude sur les énergies et les quantités de mouvement. Lorsque $\xi_T Q \ll 1$, il

donc raisonnable de supposer que la véritable fonction de réponse est une superposition de (1.67) pour plusieurs valeurs de N . Une expression approchée de cette superposition serait

$$\langle \chi_{1,2}^0(\mathbf{q}) \rangle = \sum_{N=-1/\xi_T Q}^{N=1/\xi_T Q} \chi_{1,2}^0(\mathbf{q}, q_x + 2NQ) . \quad (1.68)$$

Expression qui permet de retrouver à la fois la limite de champ nul et celle de champ fort, $\omega_H \gg \pi T$.

Poursuivons maintenant en posant que $t_{2b} = 0$ dans (1.67). Nous avons grâce à (E.8) que

$$\begin{aligned} C(\bar{x}, q_y, NQ) &= e^{-iq_y b N} J_N^2 \left(\frac{4t_b}{\omega_H} \sin(Q\bar{x}/2) \right) \\ &= \sum_{p,p'} J_p(\lambda_+) J_{p+N}(\lambda_+) J_{p'}(\lambda_+) J_{p'+N}(\lambda_+) e^{i[(\pi - q_y b)N + (p+p')Q\bar{x}]} \end{aligned}$$

Les termes dominants ici sont ceux où $q_y = 0$ et $q_x + (N + p + p')Q = 0$. Posons à titre d'exemple $q_x = 0$ et $p' = -p - N$,

$$\chi_{1,2}^0(0, 2NQ) = -\frac{2}{\xi_T} D(0) \Re e \int d\bar{x} \sum_p \frac{J_p^2(\lambda_+) J_{p+N}^2(\lambda_+)}{\sinh(2\bar{x}/\xi_T)} \quad (1.69)$$

nous obtenons alors une loi en logarithme,

$$\chi_{1,2}^0(\mathbf{q}, q_x + 2NQ) = D(0) \sum_p J_p^2(\lambda_+) J_{p+N}^2(\lambda_+) \ln(\Lambda/\xi_T) .$$

Les premiers termes de corrections proviennent de valeur de $(N + p + p')Q \ll \xi_T$

$$\sum_{p,p'} J_p(\lambda_+) J_{p+N}(\lambda_+) J_{p'}(\lambda_+) J_{p'+N}(\lambda_+) \left[\psi(1/2) - \psi \left(1/2 - i \frac{\omega_H(N + p + p')}{4\pi T} \right) \right]$$

On passe donc d'une phase à l'autre en variant le champ magnétique. Chaque phase est caractérisée par un indice N et produit des courants supraconducteurs

de modulation $|G| = |NQ| \sim 4t_b/v_F, |q_y b| = 2\pi n/N$ où n un entier entre 0 et $N - 1$. Au-dessus de la température critique, cela signifie que les fluctuations dominantes ont un paramètre d'ordre anisotrope dans l'espace (l'intensité dépend de la position) correspondant aux phases énumérées ci-dessus, *i.e.* $G = |NQ|$ et $q_y b = 2\pi n/N$.

De prime abord, la dernière équation est assez paradoxale, car elle prédit une augmentation des fluctuations supraconductrices en fonction du champ. Observons toutefois qu'au même moment il y a confinement 1D des paires. Il y a aussi un confinement semblable pour les particules individuelles et pour la formation de paires électron-trou. Par conséquent, l'interférence quantique entre les canaux Peierls et Cooper s'accroît avec le champ et les conclusions de théorie simple comme le champ moyen sont alors erronées.

Nous venons d'épuiser toutes les ressources possibles des traitements élémentaires. Ce que nous en avons retiré sera très utile par la suite, même si, comme on vient de le montrer, il faut prendre un grand soin dans l'interprétation des résultats de ces calculs. L'anisotropie spatiale de notre système et la démonstration que cette anisotropie s'accroît avec le champ aussi bien pour le mouvement à une qu'à deux particules, font qu'une méthode d'investigation plus adaptée ne peut plus attendre.

CHAPITRE II

Fermions sans spin en interaction

L'ajout d'une interaction à la version fermions sans spin de notre modèle fait de celui-ci un prototype relativement élémentaire des systèmes Q-1D. Il permet malgré tout de reproduire plusieurs des caractéristiques retrouvées chez les conducteurs organiques Q-1D : régime d'échange interchaîne, régime d'emboîtement, régime de champ fort et ondes de densité induites en champ. Dans ce chapitre, le groupe de renormalisation quantique sera utilisé pour décrire le comportement de la température critique d'un tel système en fonction des paramètres ω_H , t_b et t_{2b} .

L'interaction sera d'abord présentée, suivit de la transcription de la fonction de partition du modèle en terme d'une intégrale fonctionnelle. Le groupe de renormalisation quantique sera ensuite décrit et appliqué dans le cadre de ce formalisme. En champ nul, nous vérifierons que le comportement dans l'échelle d'énergie précédent le régime critique peut-être de deux types soit un régime d'échange interchaîne de paires, soit un régime d'emboîtement.^[24] Ces régimes de basses énergies seront caractérisés par une température de déconfinement respectivement de corrélations à deux particules, T_{x2} , et de cohérences à une particule, T_{x1} . Lorsque le champ magnétique sera suffisamment fort, nous observerons l'émergence d'un nouveau régime de basse énergie caractérisé par l'énergie cyclotron.

2.1 La partie interactive du hamiltonien

L'interaction la plus simple qu'il est possible d'introduire dans un modèle de fermions sans spin sur réseau est l'interaction au premier voisin. Lorsqu'il s'agit du modèle d'un Q-1D, on ne tient compte habituellement que de l'interaction intrachaîne. Un fois la *transformation chirale* exécutée, cette interaction contient des termes locaux et d'autres aux premiers voisins qui se décomposent (voir section d'annexe A.1) en processus de rétro-diffusion, g_1 , de

processus Umklapp, g_3 , de diffusion vers l'avant pour des particules sur la même branche du spectre, g_4 , et sur des branches différentes, g_2 . Dans ce qui suit, nous ne conserverons que le processus g_2 et la partie interactive du hamiltonien après *linéarisation* sera décrite par

$$\mathcal{H}_I = \frac{g_2}{2L} \sum_{\{\alpha,j\}} \int dx \hat{\psi}_{\alpha,j}^\dagger(x) \hat{\psi}_{-\alpha,j}^\dagger(x) \hat{\psi}_{-\alpha,j}(x) \hat{\psi}_{\alpha,j}(x), \quad (2.1)$$

où $\hat{\psi}_{\alpha,j}^{(\dagger)}(x)$ est un opérateur d'annihilation (de création) d'un fermion de la branche $\alpha = +/ - =$ (droite/gauche) situé en x sur la chaîne j .

Il nous faut donc admettre que la bande est suffisamment loin du demi remplissage pour négliger g_3 et que la correction de la vitesse de Fermi provenant des processus g_4 ^[11] et g_1 est mise de côté. †

2.2 L'intégrale fonctionnelle

Les ouvrages de Popov^[63] et de Negele et Orland^[64] illustre bien l'efficacité et la malléabilité de l'intégrale fonctionnelle. De plus, d'après Bourbonnais et Caron,^[24] cet outil s'avère tout à fait propice à l'application du groupe de renormalisation lorsque plusieurs mécanismes sont en compétition. Les étapes nécessaires à la transcription d'une fonction de partition dans ce langage sont bien connues (voir la référence [64]). Elles se résument de la manière suivante : établir la fonction de partition comme une trace sur les états cohérents de fermions; découper celle-ci en tranches de temps imaginaire de longueurs infinitésimales et insérer la relation de fermeture des états cohérents

† Soulignons à cet effet que le traitement champ moyen d'un système de fermions sans spin sur réseau de Bulaevskii^[62] montre l'existence d'un terme de Fock possédant des contributions aussi bien aux petits qu'aux grands nombres d'onde de transfert. Il montre aussi que ce terme intervient dans la renormalisation de la vitesse de Fermi. L'interaction mise en jeu se décompose dans le continuum en processus g_1 et g_4 . Ce résultat a inspiré le calcul de la renormalisation de la vitesse de Fermi fait dans la section d'annexe A.4.1.

d'électrons entre chacune de ces tranches de temps. Puisque ces tranches sont de longueurs infinitésimales, l'exponentielle de la somme de ces tranches de temps peut se récrire comme un produit d'exponentielles. Le résultat final est une fonction de partition décrite en terme d'intégrale fonctionnelle sur des variables "classiques" vérifiant l'algèbre de Grassmann, c'est-à-dire les champs ψ associés aux états cohérents de fermions.

Dans le cas de notre modèle exprimé dans la jauge A_1 et dans l'espace-temps imaginaire mixte $(i\omega_n, k_x, j)$, l'application de la procédure ci-dessus produit la fonction de partition suivante

$$Z = \int \int D\psi^* D\psi \exp \left(S_{1D}^0[\psi^*, \psi] + S_{t\perp}[\psi^*, \psi] + S_I[\psi^*, \psi, \psi^*, \psi] \right), \quad (2.2)$$

où les parties libres intr chaîne (S_{1D}^0) et inter chaîne ($S_{t\perp}$) ainsi que la partie interactive (S_I) sont données par

$$\begin{aligned} S_{1D}^0[\psi^*, \psi] &= \sum_{\alpha, \tilde{k}_x, j} \left[G_{\alpha, j}^{1D}(\tilde{k}_x) \right]^{-1} \left| \psi_{\alpha, j}(\tilde{k}_x) \right|^2, \\ S_{t\perp}[\psi^*, \psi] &= \sum_{\substack{p=\pm 1, \pm 2 \\ \alpha, \tilde{k}_x, j}} t_{|p|b} \psi_{\alpha, j+p}^*(\tilde{k}_x + p\tilde{Q}_x) \psi_{\alpha, j}(\tilde{k}_x), \\ S_I[\psi^*, \psi] &= -\frac{g_2 T}{2L} \sum_{\substack{\tilde{q}_x, \tilde{k}_{x1}, \tilde{k}_{x2} \\ \alpha, j}} \psi_{\alpha, j}^*(\tilde{k}_{x1} + \tilde{q}_x) \psi_{-\alpha, j}^*(\tilde{k}_{x2} - \tilde{q}_x) \psi_{-\alpha, j}(\tilde{k}_{x2}) \psi_{\alpha, j}(\tilde{k}_{x1}). \end{aligned} \quad (2.3)$$

Ici, $G_{\alpha, j}^{1D}(\tilde{k}_x) = -\langle \psi_{\alpha, j}(\tilde{k}_x) \psi_{\alpha, j}^*(\tilde{k}_x) \rangle = [i\omega_n - \epsilon_\alpha(k_x)]^{-1}$, $\tilde{k}_x = (i\omega_n, k_x)$, $\tilde{Q}_x = (0, Q)$ et j est l'indice de chaîne. De plus, les variables de Grassmann ψ associées aux opérateurs $\hat{\psi}$ vérifient,

$$|\psi\rangle = e^{-\sum_r \psi_r \hat{\psi}_r^\dagger} |0\rangle, \quad \hat{\psi}_r |\psi\rangle = \psi_r |\psi\rangle \quad \text{et} \quad \hat{\psi}_r^\dagger |\psi\rangle = -\frac{\partial}{\partial \psi_r} |\psi\rangle$$

où l'indice r désigne ici tous les indices et variables dont dépend les ψ . Finalement, $D\psi^* D\psi$ est une notation abrégée de la mesure de l'intégrale fonctionnelle,

$$D\psi^* D\psi = \prod_{\alpha, \tilde{k}_x, j} d\psi_\alpha^*(\tilde{k}_x, j) d\psi_\alpha(\tilde{k}_x, j).$$

Il est utile de généraliser la fonction de partition en y ajoutant des sources couplées à deux champs fermioniques,

$$Z(h) = \langle e^{S_h[\psi^*, \psi]} \rangle_c. \quad (2.4)$$

Dans ce cas, la trace thermodynamique est prise par rapport à l'action en absence des champs sources h^M et h^{M*} ,

$$\langle (\dots) \rangle_c = \frac{1}{Z} \int \int D\psi^* D\psi (\dots) e^{S(\psi^*, \psi)},$$

$$Z = \int \int D\psi^* D\psi e^{S[\psi^*, \psi]},$$

où

$$S_h[\psi^*, \psi] = \sum_{M, \tilde{q}_x, j} h^{M*}(\tilde{k}_x, j) \mathcal{O}^M(\tilde{q}_x, j) + c.h.,$$

et où les champs composites $\mathcal{O}^M(\tilde{q}_x, j)$ Cooper ($M = 0$) et Peierls ($M = 1$) sont données par

$$\begin{aligned} \mathcal{O}^0(\tilde{q}) &= \sqrt{\frac{T}{N_\perp L}} \sum_{\alpha, \tilde{k}} \psi_{-}(\tilde{k}) \psi_{+}(\tilde{k} + \tilde{q}), \\ \mathcal{O}^1(\tilde{q}) &= \sqrt{\frac{T}{N_\perp L}} \sum_{\alpha, \tilde{k}} \psi_{-}^*(\tilde{k}) \psi_{+}(\tilde{k} + \tilde{q}). \end{aligned} \quad (2.5)$$

Les fonctions de corrélations connexes à deux corps s'obtiennent ainsi directement de (2.4),

$$\chi^M(\tilde{q}) = -\frac{\delta^2 F(h, J)}{\delta h^M(\tilde{q}) \delta h^{M*}(\tilde{q}')} = -\langle \mathcal{O}^1(\tilde{q}) \mathcal{O}^{1*}(\tilde{q}') \rangle_c$$

où $F(h) = \ln[Z(h)/Z(0)]$ est la fonctionnelle génératrice des diagrammes connexes.^[64,65]

2.3 Le groupe de renormalisation quantique

La procédure de renormalisation que nous allons suivre est une adaptation de celle de Bourbonnais et Caron^[24] qui elle-même est inspirée de celle de Wilson et Kadanoff.^[66,67,68] Dans les deux prochains paragraphes, nous présentons les caractéristiques et les principes de ces deux méthodes. Le reste de la section est réservé à notre adaptation et au développement des équations de renormalisation dans le cas où un effet cyclotron est présent.

La méthode de Wilson et Kadanoff (WK) diffère de la méthode de Gell-Mann et Low et de ses variantes par deux points importants : elle lève l'interdiction relativiste de découpler l'espace et le temps^[69] et elle n'est pas limitée aux hamiltoniens qui renormalisent les uns dans les autres. En fait, la méthode de WK permet de caractériser une famille d'hamiltoniens qui possèdent un certain nombre de paramètres par un hamiltonien effectif unique qui comprend un plus petit nombre de paramètres. Une telle famille d'hamiltoniens est désignée par le terme de "classe d'universalité".

L'hypothèse essentielle qui régit cette méthode est que lorsque qu'un système approche l'invariance sous transformation d'échelle, l'évolution de ses paramètres sous renormalisation dépend de la coupure selon des lois d'exposants. Chacun de ces exposants indique si l'amplitude du paramètre qui lui est associé augmente, diminue ou se stabilise sous renormalisation. Selon le cas, le paramètre est dit "essentiel" (pertinent), "non-essentiel" ou "marginale". La méthode de WK peut aussi donner lieu à la génération de nouveaux paramètres lors du changement d'échelle. Il faut alors s'assurer que le nombre de paramètres essentiels demeure fini afin que la théorie soit considérée comme renormalisable.^[70,65]

Traditionnellement, la version analytique de la méthode de WK est basée sur la fonctionnelle de Landau-Ginzburg-Wilson (LGW) exprimée à l'aide d'une variable classique ϕ décrivant le paramètre d'ordre émergeant à l'approche de la température critique T_c . Il est généralement accepté que l'aspect quantique des

corrélations soit une donnée non essentielle lorsque les fluctuations critiques à température finie sont dominantes.

L'approche de Bourbonnais et Caron consiste à profiter de l'invariance d'échelle existant dans les Q-1D pour les corrélations quantiques à une particule et ce, sur une large gamme d'énergie bien au-dessus du régime critique.[†] C'est ainsi qu'il est possible d'étendre tous les concepts de la méthode de WK aux variables fermioniques. Le champ de fermions " ψ " joue alors le rôle de paramètre d'ordre avec lequel on construit une action en ψ^4 similaire à la fonctionnelle LGW. Le propagateur " $\langle \psi(\mathbf{r}', \tau) \psi^*(\mathbf{r}, \tau) \rangle$ " qui mesure l'autocohérence électronique est analogue à une fonction de corrélation. Dans les systèmes Q-1D, le comportement en loi de puissance de $\langle \psi(\mathbf{r}', \tau) \psi^*(\mathbf{r}, \tau) \rangle$ signale un régime de corrélation unidimensionnel caractérisé par une longueur proportionnelle à la longueur d'onde thermique de de Broglie, $\xi_T \sim v_F / \pi T$. Cette dernière annonce une divergence à $T = 0$. Toutefois, ce point critique est déstabilisé à basse température par la propagation interchaîne à un ou deux corps. En fait, d'après le théorème de Mermin-Wagner,^[96] la dimensionnalité des corrélations précédant la véritable transition est nécessairement égale à ou plus grande que deux. Parallèlement à cela, on doit aussi tenir compte de l'hypothèse d'échelle étendue.^[16,17] Celle-ci stipule que les paramètres du modèle (termes d'interaction, fonctions de réponse, propagateurs) évoluent de manière continue jusqu'à la transition. On en conclut que les paramètres qui décrivent les corrélations tridimensionnelles avant la transition doivent prendre en compte les corrélations unidimensionnelles existant à température beaucoup élevée.

[†] Il vaut la peine de préciser que l'invariance d'échelle de la fonction de Green 1D à un fermion n'existe strictement que pour une transformation de l'échelle d'énergie. La présence de k_F dans l'expression de la fonction de Green produit des oscillations dans l'espace, ce qui pose des difficultés lors des transformations sur l'échelle des nombres d'onde et sur celle des distances.

2.4 Formulation de la méthode

L'application du groupe de renormalisation se fait de manière itérative, $\ell \rightarrow \ell + d\ell$. Une itération donne lieu à une intégration partielle des degrés de liberté des champs de fermions sur un intervalle $E_F(\ell) - E_F(\ell + d\ell) = E_F(\ell)d\ell$ des deux côtés du spectre d'énergie. La largeur de bande 1D effective après cette itération est donnée par $2E_F(\ell) = 2E_F e^{-\ell}$.

Au début d'une étape ℓ , l'action $S[\psi]$ est séparée en deux parties, $S[\psi] \equiv S[\psi]_< + S[\psi, \bar{\psi}]$ où $\bar{\psi}$ désigne les champs fermioniques impliqués par l'intégration partielle et où $S[\psi]_<$ ne possède aucun $\bar{\psi}$, alors que $S[\psi, \bar{\psi}]$ est composée de termes qui contient au moins un $\bar{\psi}$. Enfin, $S[\psi, \bar{\psi}]$ se partage en une partie libre, $S^0[\bar{\psi}]$, et une partie perturbative $S_p[\psi, \bar{\psi}]$ comprenant l'interaction et la contribution des champs sources,

$$S[\psi, \bar{\psi}] = S^0[\bar{\psi}] + S_p[\psi, \bar{\psi}]. \quad (2.6)$$

Ceci permet d'écrire la fonction de partition sous la forme de

$$Z = \int \int_{<} D\psi^* D\psi e^{S[\psi^*, \psi]_<} \int \int D\bar{\psi}^* D\bar{\psi} e^{S^0[\bar{\psi}^*, \bar{\psi}] + S_p[\bar{\psi}^*, \bar{\psi}]} \quad (2.7)$$

où l'action effective $S[\psi^*, \psi]_<$ contient tous les termes de l'action non intégrés à l'étape ℓ . Cependant, ses paramètres englobe les contributions provenant des itérations précédentes et renferment ainsi l'historique des corrélations de haute énergie.

En vertu du théorème des graphes connexes nous écrivons,

$$Z = Z_{\bar{o}} \int \int_{<} D\psi^* D\psi \exp \left\{ S[\psi^*, \psi]_< + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \langle (S_p[\psi, \bar{\psi}])^n \rangle_{\bar{o}, c} \right\}, \quad (2.8)$$

où $\langle (\dots) \rangle_{\bar{o}, c}$ symbolise l'intégration dans la couche externe et est définie par

$$\langle (\dots) \rangle_{\bar{o}, c} = \frac{1}{Z_{\bar{o}}} \int \int D\bar{\psi}^* D\bar{\psi} (\dots) e^{S^0[\bar{\psi}^*, \bar{\psi}]}$$

où

$$Z_{\bar{o}} = \int \int D\bar{\psi}^* D\bar{\psi} e^{S^0[\bar{\psi}^*, \bar{\psi}]}.$$

L'intégration partielle prend fin une fois que tous les états entre la largeur initiale de la bande ($\ell = 0$) et la condition $\ell_{\max} = \ln[\max(T, T_{x1})/E_F]$ ont été comptabilisés. C'est-à-dire lorsque l'échelle d'énergie des fluctuations thermiques (T) ou de l'établissement du déconfinement à une particule (T_{x1}) est atteint.

Précisons ici deux points techniques. Premièrement, dans notre méthode et celle de Bourbonnais et Caron, les directions longitudinale, transverse et temporelle sont traitées de manières différentes. La direction longitudinale est intégrée par couches successives alors que les directions transverse et temporelle sont respectivement intégrée et sommée au complet à chaque itération. Deuxièmement, dans la procédure de Bourbonnais et Caron, la partie libre interchaîne est incluse dans la partie non perturbée, $S^0 = S_{1D}^0 + S_{t\perp}$, et cette dernière est exprimée sous sa forme diagonale

$$S^0[\psi^*, \psi] = \sum_{\alpha, \tilde{k}} [G_\alpha(\tilde{k})]^{-1} |\psi_\alpha(\tilde{k})|^2$$

où $G_\alpha(\tilde{k}) = [i\omega_n - \varepsilon_\alpha^{1D}(k_x) - t_\perp(k_y b)]^{-1}$ tandis que la partie perturbative comprend l'interaction et le terme de champs sources, $S_p = S_I + S_h$. L'influence du saut interchaîne s'évalue ensuite soit par traitement numérique, soit en développant $G_\alpha(\tilde{k})$ en fonction de $t_\perp(k_y b)$. Dans notre cas, la diagonalisation du terme quadratique en présence du champ conduit à une base d'états qui mène à une interaction hautement non local dans la direction transverse. C'est pourquoi nous choisissons de traiter le terme transverse en perturbation lorsque $E_F(\ell) \gg \max(t_b, \omega_H)$. C'est-à-dire que dans ce régime, nous poserons $S^0[\bar{\psi}, \bar{\psi}] = S_{1D}^0[\bar{\psi}, \bar{\psi}]$ et

$$S_P[\psi, \bar{\psi}] \equiv S_{t\perp}[\psi, \bar{\psi}] + S_I[\psi, \bar{\psi}] + S_h[\psi, \bar{\psi}] . \quad (2.9)$$

Dans la limite inverse, l'approche perturbative de la partie transverse n'est plus justifiée. Pour ce cas, la partie transverse est insérée dans la partie libre S^0 qui à nouveau peut-être exprimée sous une forme diagonale. Le traitement se poursuit avec une partie perturbative contenant l'interaction décrite à l'aide de la nouvelle base. Cette méthode produit à champ nul des résultats tout à fait compatibles à ceux obtenues par Bourbonnais et Caron.^[24]

2.4.1 Contributions purement unidimensionnelles

2.4.1a L'interaction et l'énergie propre

Les contributions 1D aux termes d'interaction et à l'énergie propre proviennent de $\frac{1}{n!} \langle (S_I)^n \rangle_{\bar{o},c}$. Pour les évaluer, S_I est décomposée suivant $S_{I,2} + S_{I,3} + S_{I,4}$, où $S_{I,r}$ comprend r $\bar{\psi}$ impliqués dans l'intégration de la couche externe. En développant jusqu'à deux boucles, nous avons tout d'abord la correction du premier ordre à l'énergie propre $\sim \langle S_{I,2} \rangle_{\bar{o},c}$, celle du premier ordre à l'interaction $\sim \langle S_{I,2}^2 \rangle_{\bar{o},c}$, celle du second ordre à l'énergie propre $\sim \langle S_{I,3}^2 \rangle_{\bar{o},c}$ et finalement celle du second ordre à l'interaction $\sim \langle S_{I,2} S_{I,3}^2 \rangle_{\bar{o},c}$. Dans les calculs de ces termes, nous utilisons l'hypothèse que $\beta E_F(\ell) \gg 1$.

D'après la figure 11, la correction du premier ordre à l'énergie propre est donnée par

$$g_2 T \sum_{\omega_n} \int \frac{dk_x}{2\pi v_F} \frac{1}{i\omega_n - \varepsilon_\alpha(k_x)}, \quad (2.10)$$

où $\varepsilon(k_x) = v_F(\alpha k_x - k_F)$ et

$$\begin{aligned} \oint d\varepsilon f(\varepsilon) &\equiv \int_{E_F(\ell+d\ell)}^{E_F(\ell)} f(\varepsilon) d\varepsilon + \int_{-E_F(\ell)}^{-E_F(\ell+d\ell)} f(\varepsilon) d\varepsilon \\ &= d\ell E_F(\ell) (f(E_F(\ell)) + f(-E_F(\ell))) \end{aligned}$$

désigne l'intégration sur un intervalle d'énergie $E_F(\ell) d\ell$. Le calcul de (2.10) est présenté à l'annexe G.2.1. En fait, tout ce qu'il faut savoir sur cette contribution est qu'elle ne fait que renormaliser le potentiel chimique et nous n'allons pas à en tenir compte par la suite.

Les diagrammes décrivant la correction du premier ordre à l'interaction sont illustrés à la figure 12. L'équation d'itération obtenue prend la forme de

$$g_2(\ell + d\ell) = z_2(d\ell) g_2(\ell)$$

où le facteur de renormalisation $z_2(d\ell)^\dagger$ s'écrit au premier ordre

$$z_2(d\ell) = 1 - \frac{g_2(\ell)}{2\pi v_F} d\ell \left(K_{1D}^0(\ell) - K_{1D}^1(\ell) \right)$$

et où les contributions des bulles élémentaires unidimensionnelles Cooper (K_{1D}^0) et Peierls (K_{1D}^1) sont données par

$$\begin{aligned} K_{1D}^0(\ell)d\ell &= v_F T \sum_{i\omega_n} \oint dk_x G_+^{1D}(\tilde{k}_x) G_-^{1D}(-\tilde{k}_x) \\ K_{1D}^1(\ell)d\ell &= -v_F T \sum_{i\omega_n} \oint dk_x G_+^{1D}(\tilde{k}_x) G_-^{1D}(i\omega_n, k_x - 2k_F) . \end{aligned}$$

D'après l'annexe (G.2.2) nous avons que $K_{1D}^1(\ell) = K_{1D}^0(\ell) = 1$. Par conséquent $z_2(d\ell) = 1$ et g_2 est invariant sous renormalisation,

$$\frac{dg_2}{d\ell} = 0 .$$

La correction du deuxième ordre à l'énergie propre provient de $\frac{1}{2} < S_{I,3}^2 >_{\bar{o},c}$ dont le diagramme contient trois propagateurs internes (voir la figure 11). L'expression représentée par ce diagramme est

$$\begin{aligned} d\Sigma_+(\ell) &= -g_2^2 z_2(\ell) z^{-2}(\ell) T^2 \sum_{i\omega_m, i\omega'_n} \int \frac{dq_x}{2\pi} \int \frac{dk'_x}{2\pi} G_-^{1D}(\tilde{k}'_x - \tilde{\Omega}_x) G_+^{1D}(\tilde{k}'_x + \tilde{q}_x) \\ &\quad \times G_-^{1D}(\tilde{k}_x + \tilde{q}_x - \tilde{\Omega}_x) \end{aligned}$$

où $\tilde{\Omega}_x = (0, 2k_F)$. D'après l'annexe G.2.3 nous avons que

$$d\Sigma_+(\ell) = -g_2^2 z_2(\ell) \frac{d\ell}{(4\pi v_F)^2} \left[G_+^{1D}(\tilde{k}_x) \right]^{-1} .$$

Lorsque $v_F(|k_x| - k_F) < E_F(\ell)$, cette expression conduit à la relation récurrente suivante,

$$G_{\alpha,j}(\tilde{k}_x) \Big|_{E_F(\ell+d\ell)} = z^{-1}(d\ell) G_{\alpha,j}(\tilde{k}_x) \Big|_{E_F(\ell)} = z^{-1}(\ell) G_{\alpha,j}(\tilde{k}_x) \Big|_{E_F} \quad (2.11)$$

[†] Nous suivons la notation de Sólyom: le facteur de renormalisation associé à l'énergie propre est représenté par z , et ceux associés aux interactions g_i sont identifiés par z_i où $i = 1, 2, 3, 4$.

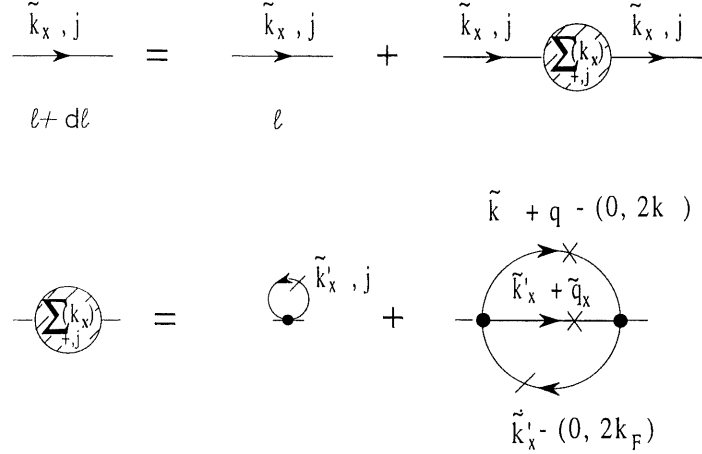


Figure 11: Diagrammes représentant la renormalisation du propagateur à une dimension. La correction à l'énergie propre est représentée au premier et deuxième ordre en perturbation. Un trait "/" sur un propagateur interne symbolise une intégration partielle alors qu'un "X" symbolise une intégration sur tous les \tilde{q}_x .

où $z(d\ell) = 1 + G_{\alpha,j}(\tilde{k}_x)d\Sigma_{\alpha}(\ell) = 1 + \tilde{g}_2^2 z_2(\ell) d\ell/4$ d'où finalement

$$\frac{d}{d\ell} \ln(z^{-1}(\ell)) = -\frac{\tilde{g}_2^2}{4} z_2(\ell). \quad (2.12)$$

Signalons que dans ce chapitre $\tilde{g}_2 = g_2/(2\pi v_F)$.

D'après (2.11), $z^{-1}(\ell)$ est proportionnel à la décroissance en loi de puissance de la densité d'états au niveau de Fermi. Ce facteur démontre l'absence de quasi-particule dans les systèmes 1D à température nulle et apporte une dimension anormale aux champs ψ ($d_F = \frac{1}{2}(1 - \theta)$, $\theta = \tilde{g}_2^2/4$)

$$\psi_{\alpha,j}(\tilde{k}_x) \Big|_{E_F(\ell+d\ell)} = z^{-1/2}(d\ell) \psi_{\alpha,j}(\tilde{k}_x) \Big|_{E_F(\ell)} = z^{-1/2}(\ell) \psi_{\alpha,j}(\tilde{k}_x) \Big|_{E_F}. \quad (2.13)$$

Cette dimension anormale se manifestera dans l'interaction entre les particules, l'interaction avec les champs sources h^M ainsi que le saut interchaîne.

Il est maintenant possible de calculer la correction du deuxième ordre à l'interaction. La contribution du point du vertex, $\Gamma_2(\ell)$, provient de

$\frac{3!}{3!2!1!} \langle S_{I,3}^2 S_{I,2} \rangle_{\bar{o},c}$. Comme le montre la figure 12, le développement perturbatif de l'interaction contient ce terme mais comprend aussi l'énergie propre des quatre champs attachés au point du vertex. Ceci a été automatiquement pris en compte par l'application de (2.13) sur chaque pattes externes du diagramme. On vérifie bien alors que les couplages g_i renormalisent suivant

$$g_i(\ell + d\ell) = z_i(d\ell)(z^{-1/2}(d\ell))^4 g_i(\ell) \quad (2.14)$$

où $z_2(d\ell) = 1 + \tilde{g}_2^2/2 \, d\ell$ est le facteur de renormalisation du vertex Γ_2 . Ceci permet de vérifier que $z_2(d\ell)z^{-2}(d\ell) = 1$ et que l'invariance de g_2 persiste au deuxième ordre, $dg_2/d\ell = 0$.

2.4.1b Vertex à un corps et fonctions de réponse

Comme nous avons vu à la section 2.2, l'ajout à l'action de champs sources h^M combinés à des opérateurs composites \mathcal{O}^M permet d'obtenir les fonctions de réponses χ^M . Afin de tenir compte de ces champs, la partie S_h de l'action à l'étape ℓ s'écrit en réponse linéaire

$$S^M[\ell, \psi^*, \psi]|_{E_F(\ell)} = \sum_{\tilde{q}_x} \left\{ z^M(\ell) h^M(\tilde{q}_x) \mathcal{O}^M(\tilde{q}_x) + c.h. - \chi^M(\ell, \tilde{q}_x) h^{M*}(\tilde{q}_x) h^M(\tilde{q}_x) \right\},$$

où $z^M(\ell)$ est le facteur de renormalisation des champs composites \mathcal{O}^M .^[24,70] L'équation diagrammatique de la renormalisation de ce terme est représentée à la figure 13a. Nous en tirons que

$$S^M[\ell + d\ell] = S^M[\ell]z^{-1}(d\ell) + \frac{1}{2} \langle S_2^M S_{I,2} \rangle_{\bar{o},c} + \frac{1}{2} \langle S_2^M S_2^M \rangle_{\bar{o},c}$$

où le facteur $z^{-1}(d\ell)$ provient de l'influence de l'énergie propre sur les propagateurs externes entre l'étape ℓ et l'étape $\ell + d\ell$ et $\langle S_2^M S_{I,2} \rangle$ est déterminé par

$$\langle S_2^M S_{I,2} \rangle_{\bar{o},c} = d\ell \tilde{g}^M(\ell) \sum_{\tilde{q}_x} z^M(\ell) h^M(\ell, \tilde{q}_x) \mathcal{O}^M(\tilde{q}_x) K_{1D}^M(\ell, \tilde{q}_x) + c.h.$$

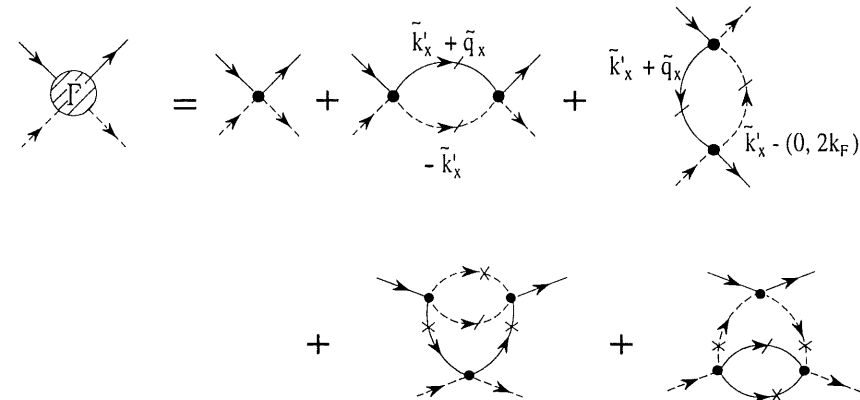


Figure 12: Diagrammes représentant la renormalisation de l'interaction à une dimension. La correction totale comprend une contribution du point du vertex ainsi que celle de l'énergie propre des quatre pattes externes, $(z(\ell)^{-1/2})^4$. Cette dernière est représentée par des cercles sans rayures pour la différencier de la contribution provenant de l'énergie propre des propagateurs, $z(\ell)$, (voir figure précédente). La correction du point de vertex, Γ_2 , est représentée jusqu'au deuxième ordre.

où $g^M = (-1)^{M+1}g_2$, $\tilde{q}^0 = (0,0)$, $\tilde{q}^1 = (0, 2k_F)$ et

$$K_{1D}^M(\ell, \tilde{q}_x) d\ell = 2\pi v_F \langle \mathcal{O}^M(\tilde{q}_x) \mathcal{O}^{M*}(\tilde{q}_x) \rangle_{\bar{o},c} .$$

Nous avons donc que

$$z^M(\ell + d\ell) = z^M(\ell) \left(z^{-1}(d\ell) + \frac{1}{2} \tilde{g}^M(\ell) d\ell \right)$$

et en développant $z^{-1}(d\ell)$ au deuxième ordre

$$\frac{d \ln \left(z^M(\ell) \right)}{d\ell} = \gamma^M / 2 \quad (2.15)$$

où $\gamma^M = \tilde{g}^M - \frac{1}{2} \tilde{g}_2^2$ détermine l'exposant des champs composites $\mathcal{O}^M(\tilde{q}_x)$, $(\gamma^M/2)$.

La contribution d'ordre $d\ell$ du terme proportionnel à $h^{M*}h^M$ s'écrit

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \langle S_2^M S_2^M \rangle_{\bar{o},c} &= \sum_{\tilde{q}_x} |z^M(\ell)|^2 h^{M*}(\tilde{q}_x) h^M(\tilde{q}_x) \langle \mathcal{O}^M(\tilde{q}_x) \mathcal{O}^{M*}(\tilde{q}_x) \rangle_{\bar{o},c} \\ &= \frac{d\ell}{2\pi v_F} \sum_{\tilde{q}_x} |z^M(\ell)|^2 K_{1D}^M(\ell, \tilde{q}_x) h^{M*}(\tilde{q}_x) h^M(\tilde{q}_x) \end{aligned}$$

et l'équation d'itération de χ^M (figure 13b) prend la forme de

$$-\chi^M(\ell + d\ell, \tilde{q}_x) = -\chi^M(\ell, \tilde{q}_x) + \bar{\chi}(\ell, \tilde{q}_x) \frac{d\ell}{2\pi v_F} . \quad (2.16)$$

C'est-à-dire

$$\chi^M(\ell, \tilde{q}_x) = -\frac{1}{2\pi v_F} \int_0^{\ell(T, \tilde{q}_x)} d\ell' \bar{\chi}^M(\ell', \tilde{q}_x), \quad (2.17)$$

où $\ell(T, \tilde{q}_x) = \ln(E_F / \max(T, |v_F q_x|, |\omega_m|))$ et où les fonctions de réponse auxiliaires^[11,24] $\bar{\chi}^M(\ell, \tilde{q}_x)$ sont ici données par

$$\bar{\chi}^M(\ell, \tilde{q}_x) = |z^M(\ell)|^2 K_{1D}^M(\ell, \tilde{q}_x) . \quad (2.18)$$

Jusqu'à maintenant le GRQ ne fait que reproduire les résultats bien connus du groupe de renormalisation multiplicatif.^[11] Nous allons maintenant aborder un aspect qui fait son exclusivité. Il s'agit de la prise en compte des sauts interchaînes. À cet effet, il nous faut garder à l'esprit que les valeurs effectives des sauts interchaînes, $t'_{|p|b}(\ell) = z^{-1}(\ell)t_{|p|b}$, diminuent suite à l'influence de l'énergie propre 1D.

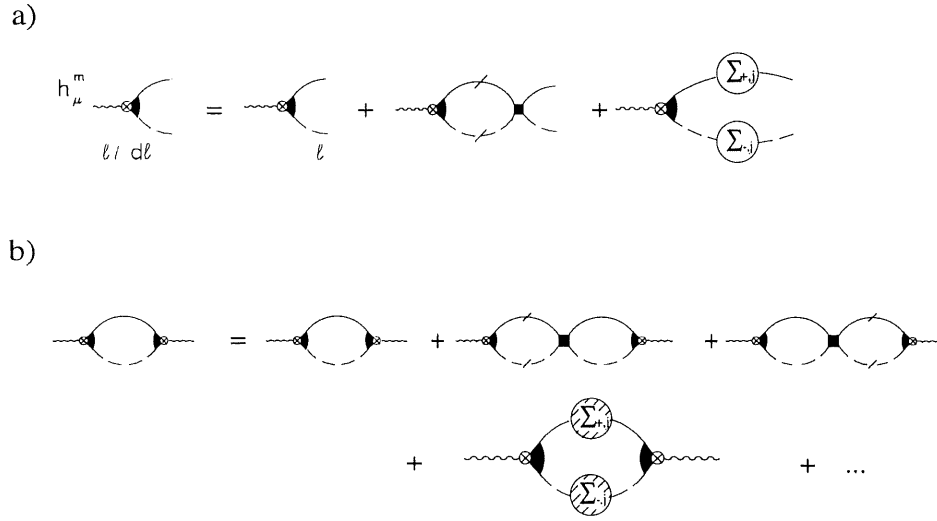


Figure 13: Contribution jusqu'au deuxième ordre a) du vertex d'interaction avec une source externe et b) de la fonction de réponse auxiliaire. La barre, /, identifie un propagateur participant à l'intégration partielle, les autres propagateurs internes sont sommés au complet. La contribution de l'énergie propre des pattes extérieures et des propagateurs internes est représentée respectivement par des cercles sans ($z^{-1/2}(\ell)$) et avec rayures ($z^{-1}(\ell)$).

2.4.2 Apports des termes interchaînes

Nous poursuivons le développement de la fonction de partition en tenant compte de $S_{t\perp}$ et des termes qu'il génère lorsque combiné à S_I et S^M . Indiquons toutefois que les corrections du saut interchaîne sur les termes 1D ne seront pas traitées car elles conduisent à de sérieuses difficultés d'interprétations. Par exemple, nous obtenons que la prise en compte du saut interchaîne dans l'intégration partielle a pour effet d'amplifier la contribution Peierls 1D. Ce résultat se retrouve dans la référence [71]. D'un autre côté, l'effet du saut interchaîne est de diminuer la fonction de réponse auxiliaire Peierls 1D lorsque celle-ci est exprimée en fonction de la température. Un résultat analogue est présenté à la figure 5 de la référence [89] pour la fonction de réponse Peierls à $(2k_F, 0)$. Le fait qu'il s'agit là de la composante $q_y = 0$ d'une fonction de

réponse 2D plutôt qu'une fonction de réponse de type 1D corrigée par les sauts interchaînes ne change pas qualitativement le résultat: les termes de corrections obtenus par intégration partielle ont des signes contraires à ceux obtenus sous variation de la température. En présence du champ, la situation est encore plus problématique puisque l'intégration partielle indique que l'effet du champ est d'amplifier l'influence du saut interchaîne. Ceci encore une fois, semble en contradiction avec les résultats du chapitre précédent.

La raison de ceci pourrait être liée au fait qu'en présence de saut interchaîne, la température et la largeur de bande 1D n'apparaissent pas exactement de la même façon dans les bulles de corrélations. Un autre aspect intrigant est qu'un développement en terme du saut interchaîne dans le cadre du calcul d'une fonction de réponse fait apparaître une série en puissance de $(t_b/\varepsilon)^2$ où ε est une variable d'intégration. La moitié des termes de cette série changent de signe une fois l'intégration complétée. Ceci peut-être observé entre autres dans les calculs menant à l'équation (A.19) de la référence [72].

Génération de l'interaction interchaîne

La figure 14 illustre l'effet combiné de l'interaction et du saut interchaîne pour former une nouvelle interaction reliant des états situés sur des chaînes voisines. On remarque qu'à l'entrée des diagrammes, les particules sont situées au niveau de Fermi de la chaîne j . Par leur interaction mutuelle, chacune d'elles atteint un état d'énergie $\pm E_F(\ell)$. L'énergie totale de l'excitation est donc $2E_F(\ell)$. Cette excitation est dite virtuelle car elle possède une énergie beaucoup plus élevée que la température. Elle n'existe donc que pour un très court laps de temps, $\Delta t \lesssim 1/E_F(\ell)$, comparé au temps caractéristique des fluctuations thermiques, $\xi_T/v_F = 1/\pi T$. Le caractère quantique des particules est alors dominant. Le transit par cet état intermédiaire est conditionnel d'un mécanisme pouvant ramener ces particules à un niveau de basse énergie avant la fin de Δt . C'est à ce rôle qu'est destinée la seconde collision du processus. Notons que puisque Δt est très court, il est peu probable que d'autres particules interviennent avant cette seconde collision.

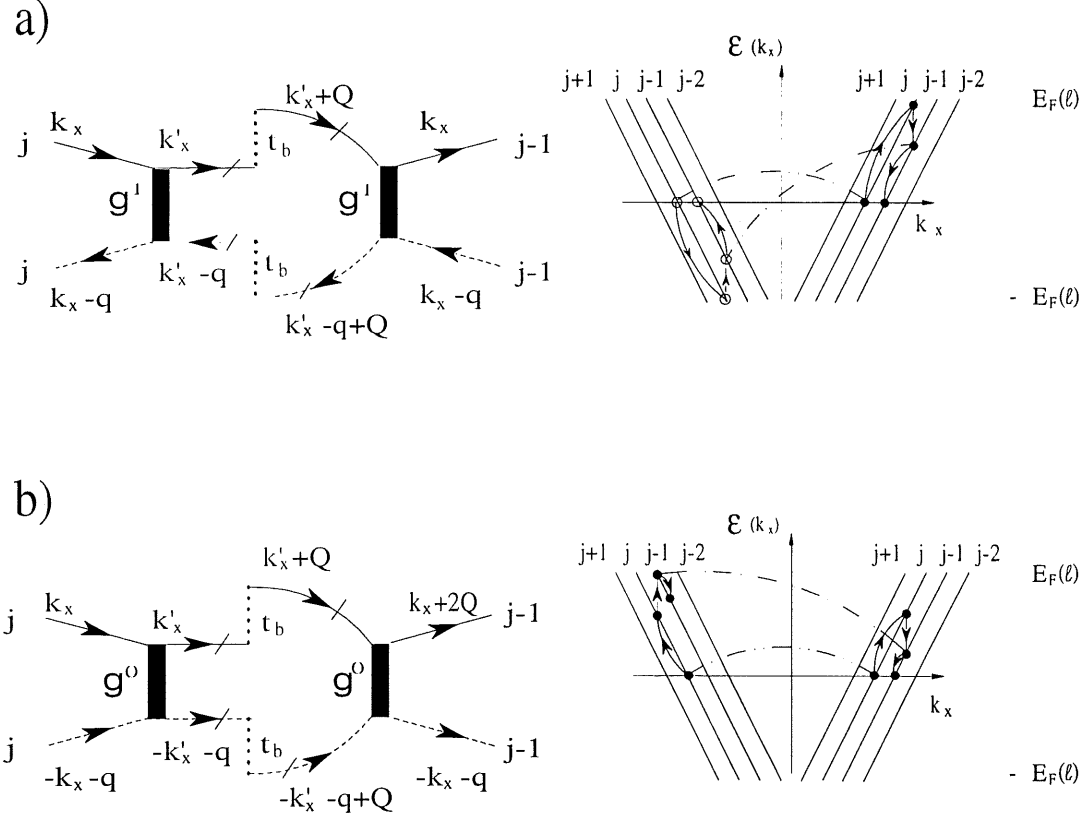


Figure 14: Générateurs des termes d'interaction interchaîne dans les canaux Peierls a) et Cooper b). Les lignes brisées de la partie gauche symbolisent l'interaction entre particules. On remarque que le saut cohérent interchaîne de paire électron-trou est conservatif en ce qui concerne l'énergie initiale et finale. Au contraire, le saut cohérent interchaîne d'une paire Cooper ne l'est pas.

Dans le cas d'une paire électron-trou (figure 14a) nous observons que la seconde interaction autorise effectivement un retour des deux particules sur la surface de Fermi tout en conservant l'énergie totale. Au contraire, cela n'est pas possible dans le cas de la paire Cooper en présence du champ (14b). Le processus illustré en b) devient donc un mécanisme de brisure de paires lorsque $\omega_H > T$, c'est-à-dire lorsque le gain d'énergie de la paire ne peut être fourni par les fluctuations thermiques.^[50]

Les termes d'échange Cooper (M=0) et Peierls (M=1) dont nous venons d'illustrer le mécanisme sont obtenus, dans le cadre du GRQ, à partir de

$$\frac{1}{2!2!} \langle S_{I,2}^2 S_{t\perp,2,+} S_{t\perp,2,-} \rangle = -\frac{1}{2} \sum_{\substack{\tilde{q}_{x,j} \\ p=\pm 1, \pm 2}} f^M(\ell) \mathcal{O}_j^{M*}(\tilde{q}) \mathcal{O}_{j+p}^M(\tilde{q}) e^{ipq_y b}. \quad (2.19)$$

En présence de spin on doit diviser le membre de gauche par $2^{[24]}$ pour tenir compte de la répartition de l'interaction sur les degrés de liberté de charge et sur les trois orientations de spins.^[1] Nous trouvons selon l'annexe G.2.6 que

$$f^M(\ell) \simeq \pi v_F \tilde{\mathcal{V}} e^{2(1-\theta)\ell} \left[1 + A^M(\omega_H, \ell) \right], \quad (2.20)$$

où $\tilde{\mathcal{V}}^M = (\tilde{g}_2 t_b / 2E_F)^2$,

$$A^0(\omega_H, \ell) = (\omega_H / 2E_F(\ell))^2,$$

et finalement

$$A^1(\omega_H, \ell) = 7 \left(\frac{\omega_H}{2E_F(\ell)} \right)^2. \quad (2.21)$$

Il faut remarquer ici que $A^0(\omega_H, \ell)$ est positif. De ce fait, il semble signifier que l'effet cyclotron augmente l'amplitude du générateur f^0 . Ce résultat est plutôt curieux puisque l'analyse des pattes externes au paragraphe précédent suggère que ce processus n'est pas conservatif et qu'en fait, l'effet cyclotron induit un mécanisme de brisure des paires Cooper attachées au terme générateur interchaîne. Il semble donc que l'intégration partielle ne contient pas toute l'information contenue dans un diagramme. Comment peut-on prendre en compte ce qui se passe au niveau des pattes externes? Une possibilité serait d'appliquer la règle d'or de Fermi. Le poids statistique devrait alors dépendre du rapport entre la partie non-conservée de l'énergie et une autre énergie qui devrait être soit la température, soit la largeur de bande à l'étape ℓ . Nous n'irons pas plus loin sur cette question et laissons à d'autres le loisir de l'explorer.

Concentrons-nous plutôt sur le terme générateur du canal Peierls. Pour cette contribution, notons qu'en l'absence du champ, il existe deux possibilités

de transitions dans le régime d'échange. Dans la première, le terme de saut interchaîne au second voisin est très faible et le vecteur d'onde du paramètre d'ordre responsable de la transition est $\mathbf{q}_t = (2k_F, \pi/b)$. Le terme générateur produit par le saut interchaîne au second voisin est alors $(t_{2b}/t_b)^2$ plus petit que celui établi pour t_b et pourra donc être négligé même en présence de champ. Dans la seconde possibilité, le saut interchaîne au second voisin est suffisamment fort pour que le vecteur d'onde de la transition soit différent de \mathbf{q}_t . Le rapport entre les termes générateurs n'est plus $(t_{2b}/t_b)^2$. En présence du champ, on devrait observer que le vecteur d'onde de la transition approche la valeur \mathbf{q}_t à mesure que le champ augmente.

Une étude détaillée du cas où la transition en champ nul se produit à un vecteur d'onde différent de \mathbf{q}_t nécessite un terme générateur incluant des termes d'ordre plus élevé que $(t_b/E_F(\ell))^2$, ceci afin de tenir compte de la compétition entre les deux types de saut interchaîne. Nous délaissions ce cas et supposons qu'une transition dans le régime d'échange se produit au vecteur d'onde \mathbf{q}_t .

Du point de vue des états d'énergie inférieure à la coque externe, f^M contribue à un couplage effectif interchaîne. Pour $\ell < \ell_{\max}$, la contribution générée qu'il faut ajouter à S s'écrit

$$S_{I\perp,2} = - \sum_{\tilde{q}, M} V^M(\ell, \mathbf{q}) \bar{\mathcal{O}}^{M*}(\tilde{q}) \mathcal{O}^M(\tilde{q}) + c.h. , \quad (2.22)$$

où $\mathbf{q} = (q_x, q_y)$, $\tilde{q} = (i\omega_n, \mathbf{q})$ et les $\mathcal{O}^M(\tilde{q})$ sont donnés par (2.5). Pour les mêmes raisons qu'en (2.19), le membre de droite doit être divisé par 2 dans le cas de fermions de spin 1/2. L'effet de $S_{I\perp}[\psi, \bar{\psi}]$ dans (2.7) et (2.8) est de produire des corrections de la forme $\langle S_{I,2} S_{I\perp,2} \rangle_{\bar{\sigma}, c}$ et $\langle S_{I\perp,2}^2 \rangle_{\bar{\sigma}, c}$ de telle manière que les $\tilde{V}^M(\ell, \mathbf{q})$ ont des équations différentielles indépendantes. D'après la figure 15, ces dernières prennent la forme de

$$\frac{d}{d\ell} \tilde{V}^M(\ell, \mathbf{q}) = \tilde{f}^M(\ell) \cos(q_y b) + \tilde{V}^M(\ell, \mathbf{q}) \frac{d}{d\ell} \ln(\bar{\chi}^M(\ell)) - \frac{(\tilde{V}^M(\ell, \mathbf{q}))^2}{2} . \quad (2.23)$$

Ce résultat est semblable à celui obtenu en champ nul dans la référence [24]. L'équation (2.23) est réaménagée sous la forme

$$\frac{1}{\bar{\chi}^M(\ell)} \frac{d}{d\ell} \frac{\bar{\chi}^M(\ell)}{\tilde{V}^M(\ell, \mathbf{q})} - \frac{1}{2} = - \frac{\tilde{f}^M(\ell) \cos(q_y)}{(\tilde{V}^M(\ell, \mathbf{q}))^2} , \quad (2.24)$$

ce qui permet de trouver facilement la solution générale de l'équation homogène (*i.e.* $f^M = 0$),

$$V^M(\ell, \mathbf{q}) = \frac{C}{1 - C\chi^M(\ell)} \quad (2.25)$$

où nous avons utilisé (2.17) et où C est la constante d'intégration de l'équation homogène associée à (2.24). Par la méthode de la "variations des constantes", nous déterminons la solution particulière de l'équation non-homogène,

$$C = \frac{\bar{V}^M(\ell, \mathbf{q})}{\bar{\chi}^M(\ell)} = \int_0^\ell d\ell' \frac{f^M(\ell') \cos(q_y b)}{\bar{\chi}^M(\ell')} \left[1 - \frac{\bar{V}^M(\ell', \mathbf{q})}{\bar{\chi}^M(\ell')} \chi^M(\ell') \right]^2. \quad (2.26)$$

Nous allons présenter maintenant les trois régimes de renormalisation que l'on peut extraire de ces équations: l'échange interchaîne, le régime d'emboîtement antiferromagnétique et le régime de champ magnétique fort.

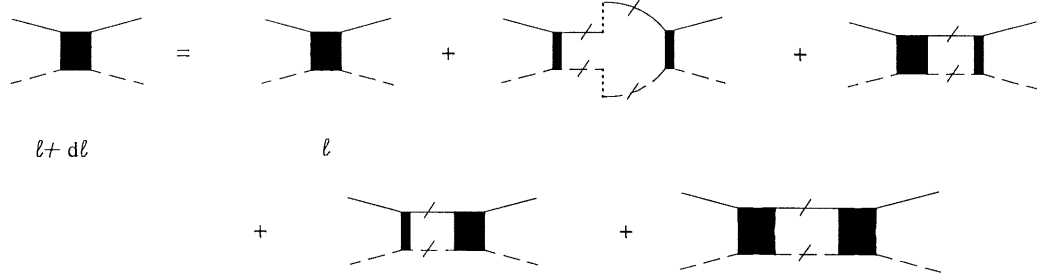


Figure 15: Diagrammes pour la renormalisation de l'interaction interchaîne.

2.5 Régime d'échange interchaîne

La condition nécessaire ici est $T_{x_2}^M > \max(T_{x_1}, \omega_H)$ où $T_{x_2}^M$ est définie comme la température de déconfinement des paires Cooper ($M = 0$) ou Peierls ($M = 1$) et est déterminée par $\tilde{V}^M \simeq -1$. Dans un tel cas, \tilde{V}^M se dirige vers les couplages forts à $T_{x_2}^M$ et est responsable de l'établissement des fluctuations critiques au-dessus de T_c^M . La forme particulière de $V^M(\ell, \mathbf{q})$ dans (2.25) et de

$\bar{V}^M(\ell, \mathbf{q})$ dans (2.26) limite la portée d'un traitement analytique. Nous allons ici négliger le terme RPA contenu dans (2.25) et faire l'analyse \tilde{V}^M à partir d'une région en énergie suffisamment loin de T_c^M . Nous obtenons alors que

$$V^M(\mathbf{q}, \ell) \simeq \bar{V} \simeq \pi v_F \cos(q_y) \tilde{\mathcal{V}}^M \bar{\chi}^M(\ell) [\Upsilon^M(\ell) + C^M(\omega_H, \ell)] \quad (2.27)$$

où

$$\Upsilon^M(\ell) = \frac{\bar{\Upsilon}^M(\ell) - 1}{2 - 2\theta - \gamma^M} ,$$

$$\bar{\Upsilon}^M(\ell) = e^{(2-2\theta-\gamma^M)\ell} \text{ et}$$

$$C^M(\omega_H, \ell) = A^M(\omega_H, \ell = 0) \frac{e^{2\ell} \bar{\Upsilon}^M(\ell) - 1}{4 - 2\theta - \gamma^M} .$$

où $A^M(\omega_H, \ell = 0)$ est donné par (2.21). En plus de permettre une évaluation de $T_{x^2}^M$, l'équation (2.27) permet une estimation des températures critiques T_c^M à partir du critère de Stoner,

$$1 - \frac{\bar{V}^M(\ell_c)}{\bar{\chi}^M(\ell_c)} \chi^M(\ell_c) = 0 \quad (2.28)$$

où $\ell_c = \ln(E_F/T_c)$. Dans les prochaines sous-sections, nous présentons les expressions de $T_{x^2}^M$ en champ nul en terme de δ , θ et \tilde{V}^M . On peut en retirer les températures critiques en posant simplement que $T_c^M \simeq 2T_{x^1}^M$. Par la suite nous étudierons l'influence du champ magnétique sur ces températures.

2.5.1 Champ nul

D'après (2.27) le critère du déconfinement à deux particules s'écrit

$$1 = \tilde{\mathcal{V}}^M \bar{\chi}^M(\ell_{x^2}) \Upsilon^M(\ell_{x^2}) = \bar{\Upsilon}^M(\ell_{x^2}) \frac{\tilde{\mathcal{V}}^M \bar{\chi}^M(\ell_{x^2})}{2 - 2\theta - \gamma^M + \tilde{\mathcal{V}}^M \bar{\chi}^M(\ell_{x^2})} \quad (2.29)$$

où $\ell_{x^2} \equiv \ln(E_F/T_{x^2}^M)$. Parmi les deux formes présentées ci-dessus, celle que l'on doit choisir dépend de la limite considérée: couplage faible ($2 - 2\theta - \gamma^M \gg 1/\ell_{x^2}$), marginal ($|2 - 2\theta - \gamma^M| \ll 1/\ell_c$) et fort ($2 - 2\theta - \gamma^M \ll -1/\ell_{x^2}$).

Dans la condition de couplage faible, $\bar{\Upsilon}^M(\ell)$ domine $\bar{\chi}^M(\ell)$ dans l'entraînement vers la transition. La deuxième forme de (2.29) est choisie et on en tire que

$$\frac{\tilde{\nu}^M}{2 - 2\theta - \gamma^M + \tilde{\nu}^M \bar{\chi}^M(\ell_{x^2})} e^{2(1-\theta)\ell_{x^2}} = 1 ,$$

d'où

$$T_{x^2}^M = E_F \left(\frac{\tilde{\nu}^M}{2 - 2\theta - \gamma^M + \tilde{\nu}^M (E_F/T_{x^2}^M)^{\gamma^M}} \right)^{\frac{1}{2-2\theta}} ,$$

où on admet que le terme proportionnel à $\tilde{\nu}^M$ au dénominateur ne devrait pas être grand devant $2 - 2\theta - \gamma^M$ puisque le couplage faible signifie que $\gamma^M \ll 1$.

Dans le cas du couplage marginal, c'est la première forme de (2.29) qui est la mieux adaptée. On trouve de plus que $\Upsilon^M(\ell_{x^2}) = \ell_{x^2}$ d'où

$$T_{x^2}^M = E_F \left(\tilde{\nu}^M \ell_{x^2} \right)^{1/\gamma^M}$$

où la présence du logarithme dans le coefficient est caractéristique du marginalisme. En plus de $\tilde{\nu}^M$ et de γ^M , l'ordre de grandeur de $T_{x^2}^M$ suffit pour obtenir le membre de gauche.

Enfin la limite de couplage fort s'évalue aussi à partir de (2.29). Ici toutefois, $\bar{\Upsilon}(\ell_{x^2}) \sim 0$, $\Upsilon(\ell_{x^2}) = 1/|2 - 2\theta - \gamma^M|$ et

$$\frac{\tilde{\nu}^M e^{\gamma^M \ell_{x^2}}}{|2 - 2\theta - \gamma^M|} = 1$$

d'où

$$T_{x^2}^M = E_F \left(\frac{\tilde{\nu}^M}{|2 - 2\theta - \gamma^M|} \right)^{1/\gamma^M} .$$

La structure générale du comportement de $T_{x^2}^M$ en fonction du couplage généré est donc $T_{x^2}^M \simeq (\tilde{\nu}^M)^{1/\phi_{x^2}^M}$ où $\phi_{x^2} = \max(2 - 2\theta, \gamma^M)$ est l'exposant de déconfinement dimensionnel du mécanisme de saut de paires.^[24] Il est à remarquer qu'à couplage faible, $\phi_{x^2}^M$ fait intervenir l'exposant associé au produit

de deux champs fermioniques ψ , alors qu'à couplage fort il fait intervenir l'exposant associé aux champs composites. Dans le cas marginal, les deux exposants ont la même valeur. Ceci est en accord avec le fait que la densité d'états à une particule diminue au profit des états composites à mesure que le couplage augmente.

2.5.2 Avec champ magnétique

L'influence du champ magnétique sur $T_{x^2}^1$ s'évalue facilement si on se restreint à un champ relativement faible de manière à justifier le développement de $T_{x^2}^1$ au premier terme dépendant du champ.

Au lieu de (2.29), nous trouvons alors que

$$1 = \tilde{\mathcal{V}}^1 \bar{\chi}^1(\ell_{x^2}(H)) \left[\Upsilon^1(\ell_{x^2}(H)) + C^1(\omega_H, \ell_{x^2}(H)) \right]. \quad (2.30)$$

Nous remplaçons $\ell_{x^2}(H)$ par $\ell_{x^2} - \Delta T(H)/T_{x^2}^1$, où $\ell_{x^2} = \ell_{x^2}(H=0)$ et $\Delta T(H) = T_{x^2}^1(H) - T_{x^2}^1$. Il s'en suit que

$$\Upsilon^1(\ell_{x^2}(H)) \simeq \Upsilon(\ell_{x^2}) \left(1 - \frac{\Delta T(H)}{T_{x^2}^1} \frac{\bar{\Upsilon}(\ell_{x^2})}{\Upsilon^1(\ell_{x^2})} \right)$$

et

$$\bar{\chi}^1(\ell_{x^2}(H)) = \bar{\chi}^1(\ell_{x^2}) \left(1 - \gamma^1 \frac{\Delta T(H)}{T_{x^2}^1} \right).$$

L'équation (2.30) prend alors la forme de

$$1 = \tilde{\mathcal{V}}^1 \bar{\chi}^1(\ell_{x^2}) \Upsilon^1(\ell_{x^2}) \left[1 - \gamma^1 \frac{\Delta T(H)}{T_{x^2}^1} \right] \left[1 - \frac{\Delta T(H)}{T_{x^2}^1} \frac{\bar{\Upsilon}(\ell_{x^2})}{\Upsilon^1(\ell_{x^2})} \right] \left[1 + \frac{C^1(\omega_H, \ell_{x^2})}{\Upsilon^1(\ell_{x^2})} \right],$$

et par définition de ℓ_{x^2} , on a que $\tilde{\mathcal{V}}^1 \bar{\chi}^1(\ell_{x^2}) \Upsilon^1(\ell_{x^2}) = 1$, d'où

$$\frac{\Delta T(H)}{T_{x^2}^1} = \frac{C^1(\omega_H, \ell_{x^2})}{\bar{\Upsilon}^1(\ell_{x^2}) + \gamma^1 \Upsilon^1(\ell_{x^2})}.$$

Rappelons que $C^1(\omega_H, \ell)$, $\Upsilon^1(\ell)$ et $\bar{\Upsilon}^1(\ell)$ ont été définis lors de la présentation de l'équation (2.27). Les cas de couplage faible et marginal donnent à l'ordre le plus bas en champ magnétique respectivement

$$\frac{\Delta T(H)}{T_{x^2}^1} = A^1(\omega_H, \ell_{x^2}) \frac{2 - 2\theta - \gamma^1}{(2 - 2\theta)(4 - 2\theta - \gamma^1)},$$

et

$$\frac{\Delta T(H)}{T_{x^2}^1} = \frac{A^1(\omega_H, \ell_{x^2})}{2 + 2\gamma^1 \ell_{x^2}}$$

où dans le cas marginal, γ^1 peut être remplacé par $2(1 - \theta)$. Pour le couplage fort, $2 - 2\theta - \gamma^1 < 0$, il faut seulement prendre garde qu'il existe trois situations différentes selon que $4 - 2\theta - \gamma^1$ vérifie > 0 , $\simeq 0$ ou < 0 . Nous obtenons respectivement pour ces trois cas

$$\begin{aligned} \Delta T(H)/T_{x^2}^1 &= \frac{A^1(\omega_H, \ell_{x^2})}{\gamma^1} \left(\frac{T_{x^2}^1}{E_F} \right)^{|2-2\theta-\gamma^1|} \left(\frac{1}{\frac{2}{|2-2\theta-\gamma^1|} - 1} \right), \\ &= \frac{A^1(\omega_H, 0)}{\gamma^1} \ell_{x^2} |2 - 2\theta - \gamma^1|, \\ &= A^1(\omega_H, 0) \frac{|2 - 2\theta - \gamma^1|}{|4 - 2\theta - \gamma^1|}. \end{aligned}$$

L'ensemble des résultats que nous venons d'établir ci-dessus est compilé au tableau 3. Le point essentiel est la prédiction, dans le cas du canal Peierls et pour $H \ll T_c^1$, d'une *augmentation* de la température de déconfinement des paires et de la température critique suivant le carré du champ magnétique. Selon ce résultat, le champ magnétique encourage la réalisation de la phase onde de densité produite par le mécanisme de saut de paires. L'étude des cinq régimes montre aussi très clairement que le taux de cette augmentation diminue progressivement lorsque l'on passe d'un couplage faible à un couplage fort. En fait, le coefficient de proportionnalité de $(\omega_H/T_c^M(H=0))^2$ passe de l'ordre de l'unité, dixième ou est négligeable respectivement pour un couplage faible, marginal et très fort.

2.6 Régime de saut cohérent à une particule

Lorsque le couplage nu g_2 est suffisamment faible, le crossover dimensionnel est produit par le processus de saut interchaîne à une particule plutôt qu'à deux particules. La température caractéristique de ce crossover est notée T_{x^1} . Ce cas survient lorsque la condition $\tilde{V}^M \sim -1$ n'a pu être atteinte

Tableau 3: Variation relative due à l'effet cyclotron de la température de déconfinement à deux particules.

type de couplage	$\frac{\Delta T_{x^2}^1(H)}{T_{x^2}^1} / A^1(\omega_H, \ell_{x^2})$
faible	$\frac{1}{2(1-\theta) \left(1 + \frac{2}{2-2\theta-\gamma^1} \right)}$
marginal	$\frac{1}{\gamma^1 \ell_{x^2} \left(1 + \frac{2}{2-2\theta-\gamma^1} \right)}$
fort-1	$\frac{(T_{x^2}^1/E_F)^{ 2-2\theta-\gamma^1 }}{\gamma^1 \left(\frac{2}{ 2-2\theta-\gamma^1 } - 1 \right)}$
fort-2	$\ell_{x^2} 2-2\theta-\gamma^1 \left(\frac{T_{x^2}^1}{E_F} \right)^2$
fort-3	$\frac{ 2-2\theta-\gamma^1 }{\gamma^1 4-2\theta-\gamma^1 } \left(\frac{T_{x^2}^1}{E_F} \right)^2$

avant que $T_{x^1} \simeq t_b/\pi(t_b/t_a)^{\theta/(1-\theta)} > \omega_H$ ne survienne. Nous avons alors que $T_{x^1} > T_{x^2}$ et T_{x^2} est non-essentiel. Pour un couplage répulsif, une instabilité d'onde de densité (i.e. canal Peierls) de modulation $(2k_F, \pi)$ est susceptible de se manifester grâce à l'emboîtement de toute la surface de Fermi. Cependant, la présence d'un terme de déviation de cet emboîtement, t_{2b} , provoque un affaiblissement de cet état onde de densité. Cet affaiblissement sera progressivement contré par l'effet cyclotron à mesure que le champ magnétique augmente.

Ici, il n'est plus possible de faire un développement par rapport à $t_b z^{-1}(\ell)/2E_F(\ell)$, la partie anormale de la fonction de Green 1D est maintenant trop importante. Il faut plutôt utiliser une base qui diagonalise toute la partie

quadratique de l'action. Une partie du travail est simplifiée par le fait qu'avec la disparition des propriétés 1D, disparaît aussi l'interférence entre les canaux Cooper et Peierls. L'approximation des diagrammes en échelle est donc ici justifiée. Toutefois, suivant l'hypothèse des lois d'échelle étendues, ce sont les valeurs renormalisées de l'énergie de coupure: $E_F \rightarrow T_{x1}$ et du couplage : $g^M \rightarrow g^M - V^M(\ell_{x1}, \mathbf{q})$ qui doivent apparaître dans les expressions décrivant la somme des diagrammes en échelle.

La diagonalisation complète de la partie quadratique de l'action se fait en transcrivant l'action totale en terme des variables de Grassmann $\phi_{\alpha, m}(i\omega_n, k_x + mQ)$ définies par une expression similaire à (1.21)

$$\psi_{\alpha}(\tilde{k}_x) = \sum_m \phi_{\alpha, m}(i\omega_n, k_x + mQ) \mathcal{I}_{-m}(\alpha\lambda, \alpha\lambda') \quad (2.31)$$

où $\lambda = 2t_b/\omega_H$, $\lambda' = t_{2b}/\omega_H$ et $\mathcal{I}(,)$ sont donnés par (1.45). Yakovenko^[49] utilise une transformation semblable mais avec $\lambda' = 0$. Par cette transformation, la partie quadratique de l'action s'écrit

$$S^0[\psi^*, \psi] = S_{1D}^0 + S_{\perp} = \sum_{\tilde{k}} [G_{\alpha}(\tilde{k})]^{-1} \left| \phi(\tilde{k}) \right|^2 \quad (2.32)$$

où $[G_{\alpha}(\tilde{k})]^{-1} = i\omega_n - \varepsilon_{\alpha}(k_x)$ alors que les paramètres d'ordre \mathcal{O}^M (2.5) deviennent,

$$\begin{aligned} \mathcal{O}^0(\tilde{q}) &= \sum_{m,p} \Theta_{2m+p}^0(\tilde{q} + p\tilde{Q}) Y_{m,p}(\lambda'_{x1}, \lambda_{x1}) e^{-ipq_y} , \\ \mathcal{O}^1(\tilde{q}) &= \sum_p \Theta_p^1(\tilde{q} + p\tilde{Q}) \mathcal{I}_p(\lambda_{x1}(q_y), \lambda'_{x1}(q_y)) e^{-ipq_y/2} , \end{aligned}$$

où $\tilde{Q} = (i\omega_n = 0, Q, q_y = 0)$ et

$$Y_{m,p}(\lambda'_{x1}, \lambda_{x1}) = \mathcal{I}_{m+p}(-\lambda'_{x1}, -\lambda_{x1}) \mathcal{I}_m(-\lambda'_{x1}, -\lambda_{x1}) ,$$

$$\Theta_{2m+p}^0(\tilde{q} + p\tilde{Q}) = \sqrt{\frac{T}{L}} \sum_{n, \tilde{k}_x} \phi_{-,n}(-\tilde{k}_x) \phi_{+,n+2m+p}(\tilde{k}_x + \tilde{q}_x + p\tilde{Q}_x) e^{-inq_y}$$

$$= \sqrt{\frac{T}{N_\perp L}} \sum_{n, \tilde{k}} \phi_{-}(-\tilde{k}) \phi_{+}(\tilde{k} + \tilde{q} + p\tilde{Q}) e^{i(2m+p)q_y} ,$$

$$\Theta_p^1(\tilde{q} + p\tilde{Q}) = \sqrt{\frac{T}{L}} \sum_{n, \tilde{k}_x} \phi_{-,n}^*(\tilde{k}_x) \phi_{+,n+p}(\tilde{k}_x + \tilde{q}_x + p\tilde{Q}_x) e^{-inq_y} ,$$

$$= \sqrt{\frac{T}{N_\perp L}} \sum_{\tilde{k}} \phi_{-}^*(\tilde{k}) \phi_{+}(\tilde{k} + \tilde{q} + p\tilde{Q}) e^{ip(k_y + q_y)} .$$

Nous avons défini ici que $\tilde{Q}_x = (i\omega_n, Q)$, $\lambda_{x1}(q_y) = -2\lambda_{x1} \cos(q_y)$ et $\lambda'_{x1}(q_y) = -2\lambda'_{x1} \cos(q_y/2)$ où

$$\lambda_{x1} = 2t_b z^{-1}(\ell_{x1})/\omega_H$$

et

$$\lambda'_{x1} = t_{2b} z^{-1}(\ell_{x1})/\omega_H$$

sont les valeurs renormalisées à ℓ_{x1} respectivement de λ et de λ' . L'opérateur $\Theta_{2m+p}^{0*}(\tilde{q} + p\tilde{Q})$ (que l'on va abréger par Θ_{2m+p}^{0*}) correspond à une paire de particules séparées par $2m + p$ chaînes de Wannier alors que $\Theta_p^1(\tilde{q} + p\tilde{Q})$ (abrégé par Θ_p^1) correspond à une paire particule-trou étendue sur p chaînes de Wannier. À partir de maintenant et jusqu'à la fin de cette section $Y_{m,p}$, $\mathcal{I}_{p,\alpha}$ et $\mathcal{I}_{p,\lambda}$ représentent les notations abrégées de $Y_{m,p}(\lambda'_{x1}, \lambda_{x1})$, $\mathcal{I}_p(\alpha_{x1}, \beta_{x1})$ et de $\mathcal{I}_p(\lambda'_{x1}, \lambda_{x1})$.

L'intégration partielle de Wilson-Kadanoff (2.8) se poursuit en prenant S^0 exprimée par (2.32) comme partie non-perturbée et $S_P[\phi^*, \phi] = S_{I,2D}[\phi^*, \phi] + S_h[\phi^*, \phi]$ comme perturbation. Selon le canal le plus divergent, $M = 0$ ou 1, la partie interactive $S_{I,2D}[\phi^*, \phi]$ prend la forme de

$$S_{I,2D}^0 = z_1^2(\ell) \sum_{\substack{m, m' \\ p, p', \tilde{q}}} \mathcal{G}^0(\ell) (\bar{\Theta}_{2m+p}^{0*} \Theta_{2m'+p'}^0 e^{iq_y(m-m')} + c.c.) Y_{m,p} Y_{m',p'}$$

ou de

$$S_{I,2D}^1 = z_1^2(\ell) \sum_{p,p',\tilde{q}} \mathcal{G}^1(\ell) (\bar{\Theta}_p^{1*} \Theta_{p'}^1 e^{iq_y(p-p')/2} + c.c.) \mathcal{I}_{p,\alpha} \mathcal{I}_{p',\alpha}$$

où

$$\tilde{\mathcal{G}}^M(\ell_{x^1}, \mathbf{q}) = \tilde{g}^M(\ell_{x^1}) - \tilde{V}^M(\ell_{x^1}, q_y) .$$

Enfin, le terme de champs sources s'exprime suivant,

$$S_h = \sum_{\tilde{q},p} \left\{ z_p^1 h^1(\tilde{q}) \Theta_p^1(\tilde{q} + p\tilde{Q}) + \sum_n z_{n,p}^0 h^0(\tilde{q}) \Theta_{2n+p}^1(\tilde{q} + p\tilde{Q}) + c.h. \right. \\ \left. - \sum_M \chi^M(\ell, \tilde{q}) h^{M*}(\tilde{q}) h^M(\tilde{q}) \right\}$$

où $z_p^1(\tilde{q}) = z^1(\tilde{q}) \mathcal{I}_{p,\alpha} e^{-iq_y p/2}$, et $z_{n,p}^0(\tilde{q}) = z^0(\tilde{q}) \mathcal{I}_{n+p,\lambda} \mathcal{I}_{n,\lambda} e^{-iq_y n}$.

Traisons d'abord du cas du canal Peierls (M=1). L'équation différentielle de la partie interactive s'écrit

$$d\mathcal{G}^1(\ell, \mathbf{q}) \mathcal{I}_{p,\alpha_{x^1}} \mathcal{I}_{p',\alpha_{x^1}} e^{iq_y(p-p')} = \\ \left(\mathcal{G}^1(\ell, \mathbf{q}) \right)^2 \mathcal{I}_{p,\alpha_{x^1}} \mathcal{I}_{p',\alpha_{x^1}} e^{iq_y(p-p')} \sum_N \mathcal{I}_{N,\alpha_{x^1}}^2 \langle \bar{\Theta}_N^{1*}(\tilde{q} + N\tilde{Q}) \bar{\Theta}_N^1(\tilde{q} + N\tilde{Q}) \rangle_{\bar{o},c}$$

et se ramène à

$$d\mathcal{G}^1(\ell, \mathbf{q}) = \left[\mathcal{G}^1(\ell, \mathbf{q}) \right]^2 \sum_N \mathcal{I}_{N,\alpha_{x^1}}^2 \langle \bar{\Theta}_N^{1*}(\tilde{q} + N\tilde{Q}) \bar{\Theta}_N^1(\tilde{q} + N\tilde{Q}) \rangle_{\bar{o},c} . \quad (2.33)$$

Par un calcul similaire, le vertex à un corps s'évalue à partir de

$$d \ln z_p^1(\ell, \tilde{q}) = \tilde{\mathcal{G}}^1 \sum_N \mathcal{I}_{N,\alpha}^2 \langle \bar{\Theta}_N^{1*}(\tilde{q} + N\tilde{Q}) \bar{\Theta}_N^1(\tilde{q} + N\tilde{Q}) \rangle_{\bar{o},c} . \quad (2.34)$$

Ces deux équations se combinent pour donner

$$d \ln \left(\mathcal{G}^1(\ell, \mathbf{q}) \right) = d \ln z_p^1(\ell, \tilde{q}) \quad (2.35)$$

mais la dépendance de $z_p^1(\ell, \tilde{q})$ sur $\mathcal{G}^1(\ell, \mathbf{q})$ nous oblige à résoudre d'abord (2.33) directement à l'aide de

$$\langle \bar{\Theta}_N^{1*}(\tilde{q} + N\tilde{Q}) \bar{\Theta}_N^1(\tilde{q} + N\tilde{Q}) \rangle_{\bar{o},c} \\ = \int \frac{d\varepsilon}{2\pi v_F} \frac{n(\varepsilon + \Delta(q_x, N)/2) - n(-\varepsilon + \Delta(q_x, N)/2)}{2\varepsilon} \quad (2.36)$$

où $\Delta(q_x, N) = v_F(q_x + NQ)$. Cette expression présente le comportement suivant,

$$\langle \bar{\Theta}_N^{1*}(\tilde{q} + N\tilde{Q}) \bar{\Theta}_N^1(\tilde{q} + N\tilde{Q}) \rangle_{\bar{o},c} \simeq \frac{d\ell}{2\pi v_F}$$

pour $|\Delta(q_x, N)| \ll E_F(\ell)$ et décroît rapidement lorsque $|\Delta(q_x, N)| \gg E_F(\ell)$.

Après intégration complète entre $|\varepsilon| = T_{x1}$ et $E_F(\ell)$ nous avons

$$\tilde{\mathcal{G}}^1(\ell, \mathbf{q}) = \frac{\tilde{\mathcal{G}}^1(\ell_{x1}, q_y)}{1 - \mathcal{G}^1(\ell_{x1}, q_y) \chi^1(\ell, \mathbf{q})}, \quad (2.37)$$

où

$$\begin{aligned} \chi^1(\ell, \mathbf{q}) &= \sum_m \mathcal{I}_{m+N}^2(\alpha_{x1}, \beta_{x1}) \\ &\times \int_{E_F(\ell)}^{T_{x1}} \frac{d\varepsilon}{\pi v_F} \frac{n(\varepsilon + \Delta(q_x, m + N)/2) - n(-\varepsilon + \Delta(q_x, m + N)/2)}{2\varepsilon}. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Le choix de q_y et celui du numéro de phase N sont dictés par la recherche du maximum de $|\mathcal{I}_N(-2\lambda'_{x1}(q_y), -2\lambda'_{x1}(q_y))|$. La contribution la plus divergente est alors donnée par $v_F q_x = -N\omega_H$. De plus, les contributions telles que $|m\omega_H| \gg T_{x1}$ ont une amplitude très faible, ce qui permet d'imposer une limite à la somme sur m : $|m| < T_{x1}/\omega_H$.

À partir de (2.35) et de (2.37), les fonctions de réponse auxiliaire et normale s'écrivent

$$\bar{\chi}^1(\ell, \mathbf{q}) = \frac{\bar{\chi}^1(\ell_{x1})}{(1 - \mathcal{G}^1(\ell_{x1}, \mathbf{q}) \chi^1(\ell, \mathbf{q}))^2}$$

et

$$\chi^1(\ell, \mathbf{q}) = \chi^1(\ell_{x1}) - \frac{1}{2\pi v_F} \bar{\chi}^1(\ell_{x1}) \int_{x_0^1}^{\ell} \frac{d\ell'}{(1 - \mathcal{G}(\ell_{x1}, \mathbf{q}) \chi^1(\ell, \mathbf{q}))^2}$$

Si on néglige les corrections aux lois d'échelle provenant de la présence de m dans le dénominateur de (2.38), une transition de phase est prévue à la température,

$$T_c^1 = T_{x1}^1(H) \exp \left(- \frac{1}{\tilde{\mathcal{G}}^1 \sum_m I_{m+N}^2(\alpha_{x1}, \beta_{x1})} \right), \quad (2.39)$$

où le ' dans \sum' nous rappelle que la somme sur m est bornée aux limites établies plus haut. L'équation que l'on vient de trouver pour T_c^1 possède une forme similaire à celle obtenue par Chen et Maki [31] et Montambaux *et coll.* [28,29]. Les différences sont que: i) les termes de saut interchaînes t_b et t_{2b} sont réduits par le facteur $(T_{x1}/E_F)^\theta$, ii) le nombre de phases à prendre en compte est fini et décroît avec le champ, iii) le nombre d'onde q_y est défini de manière à avoir $q_y = \pi$ pour la phase $N = 0$. À une phase N donnée, le paramètre d'ordre est lié à une paire électron-trou où l'électron et le trou sont séparés par N chaînes de Wannier.

Considérons maintenant le comportement de T_c^1 par rapport au champ en présence d'un emboîtement parfait et dans le régime de cohérence transverse à une particule. Dans ce cas, $\lambda'_{x1}(q_y) = 0$, le nombre d'onde du paramètre d'ordre le plus divergent est $\mathbf{q}_t = (2k_F, \pi)$ et seul le facteur $\mathcal{I}_0^2(0,0) = 1$ contribue. L'expression de la température critique devient alors,

$$T_c^1(H) = T_{x1}^1(H) \exp \left[- \frac{1}{\tilde{\mathcal{G}}^1(\ell_{x1}, q_y = \pi)} \right]$$

où le champ magnétique se manifeste sur la température critique par le biais d'une diminution de la température de déconfinement selon (1.41). D'autre part, $\tilde{\mathcal{G}}^1(\ell_{x1}, \mathbf{q}^1)$ augmente par le biais de $\tilde{\mathcal{V}}^1(H)$. Lorsque le champ est suffisamment faible pour justifier le développement, on obtient,

$$\frac{\Delta T_c^1(H)}{T_c^1(0)} \simeq - \frac{\Delta \tilde{\mathcal{V}}^1(\mathbf{q}, \ell_{x1})}{(\tilde{\mathcal{G}}(\mathbf{q}, \ell_{x1}, H=0))^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_H}{\pi T_{x1}^1} \right)^2, \quad (2.40)$$

où le dernier terme du membre de gauche provient de l'expansion de $T_{x1}^1(H)$ et

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{\mathcal{V}}^1(\pi, \ell_{x1}, H) &\simeq \tilde{\mathcal{V}}^1(\mathbf{q}, \ell_{x1}, H=0) \frac{A^1(\omega_H, \ell_{x1})}{1 + 2/(2 - 2\theta - \gamma^1)} \\ &\simeq \tilde{\mathcal{V}}^1(\mathbf{q}, \ell_{x1}, H=0) \frac{A^1(\omega_H, \ell_{x1})}{2\ell_{x1}} \end{aligned} \quad (2.41)$$

respectivement pour le couplage faible et marginal. Puisque $\tilde{\mathcal{V}}$ est négatif et $A^1(\omega_H, \ell_{x1})$ positif, l'évolution de T_c est déterminée par la compétition entre l'augmentation du couplage d'échange interchaîne et la diminution de la

température de déconfinement. Le premier effet est susceptible d'être dominant dans la région de chevauchement entre le régime de déconfinement à une et à deux particules.

Dans le cas du canal Cooper, si on ne retient que les termes qui conservent la quantité de mouvement, on trouve que

$$d\mathcal{G}^0(\ell, q_y) F_{m_1, p_1, m_1, p_2} = (\mathcal{G}^0(\ell, q_y))^2 \sum_{m_3, \tilde{q}_3} F_{m_1, p_1, m_3, p_3} F_{m_3, p_3, m_2, p_2} < \bar{\Theta}_{2m_3+p_3}^{0*} \bar{\Theta}_{2m_3+p_3}^0 >_{\bar{o}, c} ,$$

où $F_{m_1, p_1, m_2, p_2} = I_{m_1+p_1, \lambda} I_{m_1, \lambda} I_{m_2+p_2, \lambda} I_{m_2, \lambda} e^{iq(m_1-m_2)}$.

$$\tilde{\mathcal{G}}^0(\ell, q_y) = \frac{\tilde{\mathcal{G}}^0(\ell_{x^1}, q_y)}{1 - \mathcal{G}^0(\ell_{x^1}, q_y) \chi^0(\ell)} ,$$

et la fonction de réponse Cooper est donnée par

$$\chi^0(\ell) = \sum_{m, p} \int_{E_F(\ell)}^{T_{x^1}} \frac{d\varepsilon}{\pi v_F} \frac{n(\varepsilon + \Delta(q_x, p)/2) - n(-\varepsilon + \Delta(q_x, p)/2)}{2\varepsilon} \mathcal{I}_{m+p}^2(\lambda, \lambda') \mathcal{I}_m^2(\lambda, \lambda') . \quad (2.42)$$

Le fait de ne garder que les termes qui conservent la quantité de mouvement conduit à la perte de toute dépendance sur q_y dans $\chi^0(\ell)$. Cette fonction de réponse possède donc un caractère unidimensionnel. Ce point est appuyé par le fait que la moyenne sur q_y de (2.38) représente la partie 1D de la fonction de réponse Peierls et reproduit une expression semblable à celle ci-dessus,

$$\chi^1(\ell) = \sum_{m, p} \int_{E_F(\ell)}^{T_{x^1}} \frac{d\varepsilon}{\pi v_F} \frac{n(\varepsilon + \Delta(q_x, p)/2) - n(-\varepsilon + \Delta(q_x, p)/2)}{2\varepsilon} \times \mathcal{I}_{m+p}^2(\lambda, \lambda') \mathcal{I}_m^2(-\lambda, -\lambda') . \quad (2.43)$$

Il semble donc que (2.42) n'est pas une expression adéquate pour le traitement du canal Cooper dans ce régime tridimensionnel et qu'une superposition de la forme (1.68) serait préférable.

Signalons qu'il est possible d'évaluer les corrections provenant du saut interchaîne sur les contributions 1D de la section 2.4.1 à partir de (2.43) et de

(2.42). La limite de champ faible est par contre plus difficile à exécuter et l'analyse ne peut qu'être numérique ou basée sur un développement fait à partir du régime de champ fort. Dans cette procédure, la définition et le comportement des termes générateurs sont légèrement différents.

2.7 Régime de champ fort

Lorsque le champ magnétique est suffisamment fort, $\omega_H > T_{x1}$, la procédure de renormalisation est exécutée jusqu'à l'énergie de coupure $E_F(\ell_H) = \omega_H$ sous laquelle $\lambda = \lambda_H \equiv 2t_b z^{-1}(\ell_H)/\omega_H$. L'effet du champ magnétique sur le propagateur à une particule ne peut plus être traité en perturbation. Nous utilisons encore ici la base de fonctions propres (2.31) mais en considérant cette fois que $t_{2b}(\ell_H)$ est négligeable.

La partie libre et la partie d'interaction locale de l'action renormalisée pour $\ell > \ell_H$ deviennent alors,

$$\begin{aligned}
S_0\{\phi^*, \phi\} + S_\perp\{\phi^*, \phi\} &= \sum_{\alpha, \tilde{k}, m} G_{\alpha, m}^{0-1}(\tilde{k}_x) \phi_{\alpha, m}^*(\tilde{k}_x) \phi_{\alpha, m}(\tilde{k}_x) \\
S_I\{\phi^*, \phi\} &= -\frac{T}{2L} \sum_{\substack{\alpha, \tilde{k}_x, \tilde{q}_x \\ n, m, p}} g(m, p, \ell) \phi_{\alpha, n+m+p}^*(\tilde{k}_{x1} + \tilde{q}_x) \phi_{-\alpha, n+m}^*(\tilde{k}_{x2} - \tilde{q}_x) \\
&\quad \times \phi_{-\alpha, n}(\tilde{k}_{x2}) \phi_{\alpha, n+p}(\tilde{k}_{x1}) \quad , \\
&\quad (2.44) \\
&= -\frac{T}{2N_\perp L} \sum_{\substack{\alpha, \tilde{k}, \tilde{q} \\ m, p}} g(m, p, \ell) \phi_\alpha^*(\tilde{k}_1 + \tilde{q}) \phi_{-\alpha}^*(\tilde{k}_2 - \tilde{q}) \\
&\quad \times \phi_{-\alpha}(\tilde{k}_2) \phi_\alpha(\tilde{k}_1) e^{i(mq_y + p(k_{y2} - k_{y1}))} \quad , \\
S_\perp^1\{\phi^*, \phi\} &= \sum_{\tilde{q}, p, p'} V^1(\ell, q_y) J_p^2(\lambda_H) \left(\Theta_p^{1*}(\tilde{q} + p\tilde{Q}) \Theta_p^1(\tilde{q} + p\tilde{Q}) + c.c. \right) \quad , \\
\text{où } \lambda_H &= 2t_b z^{-1}(\ell_H)/\omega_H \text{ et finalement} \\
g(\ell_H, m, p) &= g_2 \sum_n J_{n+m+p}(\lambda_H) J_{n+m}(-\lambda_H) J_n(-\lambda_H) J_{n+p}(\lambda_H) \quad .
\end{aligned}$$

Ne tenant compte que de l'interaction interchaîne au premier voisin et à l'ordre λ_H^2 (voir fig. 16), $g(\ell, m, p)$ se réduit à,

$$\begin{aligned}
g_2(\ell_H, 0, 0) &= g_2 J_0^4(\lambda_H) && \simeq g_2(1 - \lambda_H^2), \\
g_2(\ell_H, 0, \pm 1) &= 2g_2 J_0^2(\lambda_H) J_{\pm 1}^2(-\lambda_H) && \simeq g_2 \lambda_H^2 / 2, \\
g_2(\ell_H, \pm 1, 0) &= 2g_2 J_0^2(\lambda_H) J_{\pm 1}(\lambda_H) J_{\pm 1}(-\lambda_H) && \simeq -g_2 \lambda_H^2 / 2, \\
g_2(\ell_H, \pm 1, \pm 1) &= g(\ell_H, \pm 1, \mp 1) = g_2 J_0^2(\lambda_H) J_{\pm 1}(\lambda_H) J_{\mp 1}(-\lambda_H) && \simeq g_2 \lambda_H^2 / 4
\end{aligned} \tag{2.45}$$

et prend la valeur zéro pour les autres valeurs de m et de p . Dans (2.44), nous n'avons retenu que les processus de g_2 et V^1 qui conservent la quantité de mouvement. De plus, V^1 ne sera exprimé qu'à l'ordre λ_H^2 . Enfin, les contributions de V^0 sont exclues puisqu'elles proviennent de générateurs où les particules sont trop éloignées de la surface de Fermi pour le présent régime.

À l'ordre λ_H^2 , il n'y a que $g(\ell, 0, 0)$ qui intervient dans l'énergie propre 1D. Le facteur $z^1(\ell)$ est alors obtenu de

$$\begin{aligned}
\frac{d}{d\ell} \ln z^{-1}(\ell) &= -\theta(1 - \lambda_H^2)^2, \\
z^{-1}(\ell) &= z^{-1}(\ell_H) e^{-\theta(1 - 2\lambda_H^2)(\ell - \ell_H)},
\end{aligned}$$

où $z^{-1}(\ell_H) = e^{-\theta \ell_H}$ et $\theta = \tilde{g}_2^2 / 4$. Cette quantité apparaît dans la contribution au deuxième ordre de l'interaction locale. Il est clair que $z^{-1}(\ell)$ diminue et atteint progressivement le comportement strictement unidimensionnel à mesure que ω_H augmente.

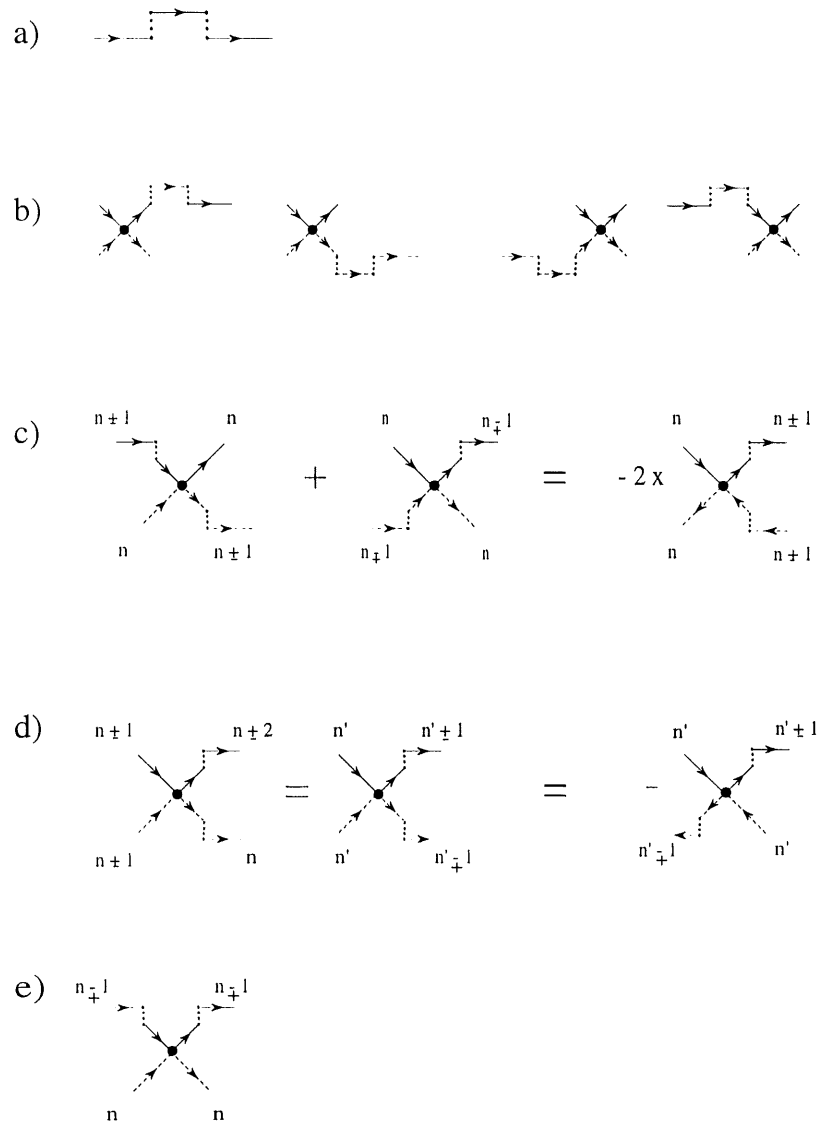


Figure 16: Processus apparaissant à $\ell = \ell_H$ et développés au deuxième ordre de $t_b(\ell_H)z^{-1}(\ell_H)/\omega_H$: (a) propagateurs ou champs au vertex, (b) vertex d'interaction intr chaîne, et finalement (c), (d) et (e) vertex d'interaction inter chaîne. En (c), la paire électron-trou n'a pas d'étendue inter chaîne, alors que dans (d) et (e) l'électron et le trou sont séparés par une distance inter chaîne.

Par (2.45) et (2.44), l'interaction se sépare en une partie locale S_{IWI} et une partie interchaîne $S_{IW\perp}$.

$$S_{IWI}\{\phi^*, \phi\} = -\frac{T}{2N_{\perp}L} \sum_{\substack{\alpha, \tilde{k}, \tilde{q} \\ \{m, p\}}} g(\ell, 0, 0) \phi_{\alpha}^*(\tilde{k}_1 + \tilde{q}) \phi_{-\alpha}^*(\tilde{k}_2 - \tilde{q}) \phi_{-\alpha}(\tilde{k}_2) \phi_{\alpha}(\tilde{k}_1),$$

$$S_{I, W\perp} = \frac{T}{N_{\perp}L} \sum_{\tilde{k}, \tilde{q}} U_p^1(\ell, q_y) \Theta_p^{1*}(\tilde{q}) \Theta_p^1(\tilde{q}),$$

$$\begin{aligned} U_{p=0}^1(\ell_H, q_y) &= V^1(\ell_H, q_y) + 2g_2(\ell, 1, 0) \cos(q_y) \\ &\simeq g_2 \lambda_H^2 \cos(q_y) \left[\frac{g_2}{2 - 2\theta - \gamma^1} + 1 \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{p=\pm 1}^1(\ell_H, q_y) &= g_2(\ell, 0, p) + (g_2(\ell, p, p) + g_2(\ell, -p, p)) \cos(q_y) \\ &= -\frac{g_2 \lambda_H^2}{2} (1 + \cos(q_y)). \end{aligned}$$

La partie locale, $g(\ell, 0, 0)$, ne change pas sous la renormalisation puisque la partie libre de l'action dans (2.44) est unidimensionnelle. Au contraire, l'interaction interchaîne $U_p^1(\ell, q_y)$ sera renormalisée. Mis-à-part l'absence de terme générateur, l'équation diagrammatique de la renormalisation de $U_{p=0}^1(\ell, q_y)$ présentée à la figure 17 est tout à fait similaire à celle de la figure 15. Par conséquent, son expression mathématique prend la forme de (2.23),

$$\frac{d}{d\ell} \tilde{U}_{p=0}^1(\ell, q_y) = \tilde{U}_{p=0}^1(\ell, q_y) \frac{d}{d\ell} \ln(\bar{\chi}^1(\ell, q_y)) - \frac{(\tilde{U}_{p=0}^1(\ell, q_y))^2}{2} \quad (2.46)$$

où $\tilde{U}_{p=0}^1(\ell, q_y) = U_{p=0}^1(\ell, q_y)/2\pi v_F$. Sa solution s'écrit,

$$\tilde{U}_{p=0}^1(\ell, q_y) = \frac{\tilde{U}_{p=0}^1(\ell_H, q_y) e^{\gamma(\ell - \ell_H)}}{1 + \frac{\tilde{U}_{p=0}^1(\ell_H, q_y)}{2\bar{\chi}^1(\ell_H)} \int_{\ell_H}^{\ell} \bar{\chi}^1(\ell') d\ell'}.$$

Le cas de $U_{p=\pm 1}^1$ est différent, sa renormalisation par S_{IWI} n'est que partielle et ne se fait qu'à partir du canal Cooper. Il faut séparer $U_{p=\pm 1}^1$ en

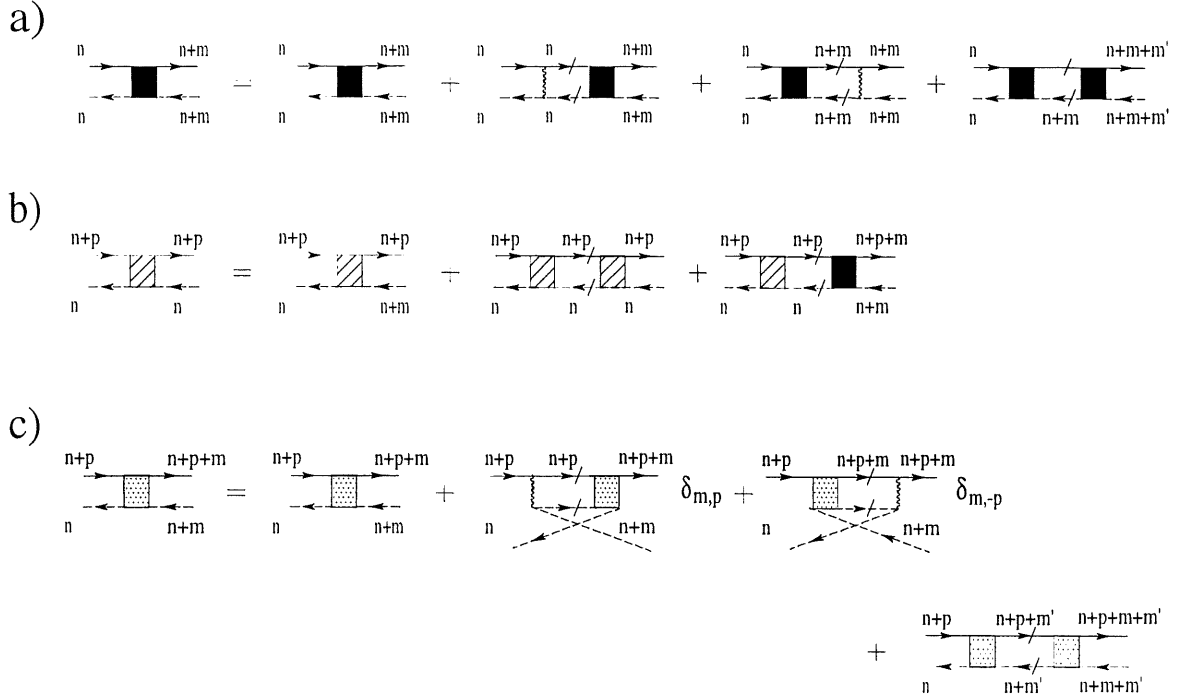


Figure 17: Équations diagrammatiques pour la renormalisation dans l'espace réciproque pour le régime de champ fort: a) Équation pour $U_{p=0}^1(\ell, q_y)$, b) $\mathcal{U}^1(\ell, q_y) = U_{p=\pm 1}^1(\ell, q_y) + g^1(\ell, 0, \pm 1)$ et c) $g^1(\ell, 0, \pm 1)$. Le deuxième diagramme du membre de droite de c) décrit un processus dans le canal Cooper.

deux parties. La première, $\mathcal{U}^1(\ell)$, qui est renormalisée à la fois par S_{IWI} et $S_{IW\perp}$ et l'autre, $g(\ell, 0, p)$, qui n'est renormalisée que par $S_{IW\perp}$. Les équations diagrammatiques correspondantes sont présentées à la figure 17b et 17c respectivement. Elle nous permet d'écrire que

$$\frac{d}{d\ell} \tilde{\mathcal{U}}^1(\ell) = \tilde{\mathcal{U}}^1(\ell) \frac{d}{d\ell} \ln(\bar{\chi}^0) - \frac{(\tilde{\mathcal{U}}^1(\ell))^2}{2} + \frac{\tilde{\mathcal{U}}^1(\ell) \tilde{g}^1(\ell, 0, \pm 1)}{2} ,$$

$$\frac{d}{d\ell} \tilde{g}^1(\ell, 0, \pm 1) = (\tilde{\mathcal{U}}^1(\ell) - \tilde{g}^1(\ell, 0, \pm 1)) \frac{\tilde{g}^1(\ell, 0, \pm 1)}{2} .$$

On peut montrer que $\tilde{\mathcal{U}}^1(\ell)/(\tilde{g}^1(\ell, 0, \pm 1)\sqrt{\bar{\chi}^0(\ell)})$ est un invariant égal à $\cos(q_y)/\sqrt{\bar{\chi}^0(\ell_H)}$. La solution donne alors pour \mathcal{U}^1

$$\mathcal{U}^1(\ell, q_y) = \frac{\mathcal{U}^1(\ell_H, q_y)\sqrt{\bar{\chi}^0(\ell)/\bar{\chi}^0(\ell_H)}}{1 + \frac{\tilde{\mathcal{U}}^1(\ell_H, q_y)}{2\sqrt{\bar{\chi}^0(\ell_H)}} \int_{\ell_H}^{\ell} \sqrt{\bar{\chi}^0(\ell')} d\ell'}$$

Pour les champs sources, nous avons,

$$z^M(\tilde{q})h^M(\tilde{q})O^M(\tilde{q}) \simeq z_0^M(\tilde{q})h^M(\tilde{q})\Phi_0^M(\tilde{q}),$$

avec

$$z_0^M(\tilde{q}) = z^M(\tilde{q}) \begin{cases} J_0(\beta_H) & \text{si } M = 1 \\ J_0^2(\lambda_H) & \text{si } M = 0 \end{cases}.$$

$$\frac{d}{d\ell} \ln(z_0^M(\tilde{q}, \ell)) = \frac{(-1)^{M+1}\tilde{g}_2(1 - \lambda_H^2) + U_0^M(\tilde{q}, \ell) - \tilde{g}_2^2(1 - 2\lambda^2)/2}{2} \equiv \frac{\gamma^{M*}}{2}$$

où on remarque qu'ici l'apport du saut interchaîne est de réduire l'amplitude de la correction du premier et du second ordre en \tilde{g}_2^2 . Finalement pour la susceptibilité auxiliaire nous avons

$$\bar{\chi}_W^M(\ell, \tilde{q}) = \bar{\chi}_W^M(\ell_H, \tilde{q})e^{\gamma^{M*}(\ell - \ell_H)}, \quad \bar{\chi}_W^M(\ell_H, \tilde{q}) \simeq e^{\gamma^M \ell_H}.$$

De ces résultats, on déduit l'existence de régimes critiques à $q_y = \pi$ pour les deux signes possible de g_2 . On obtient aussi que la température de transition en fonction du champ magnétique décroît en lois de puissance. C'est-à-dire :

$$\begin{aligned} T_{p=0}^1 &\simeq \omega_H \left(\frac{-U_{p=0}^1}{2\gamma^{1*}} \right)^{1/\gamma^{1*}} \\ &\sim \omega_H^{-(2-2\theta-\gamma^{1*})/\gamma^{1*}}, \quad \text{si } g_2 > 0 \\ T_{p=\pm 1}^1 &\simeq \omega_H \left(\frac{-\mathcal{U}^1(\ell_H)}{2\gamma^{0*}} \right)^{2/\gamma^{0*}} \\ &\sim \omega_H^{-(2-2\theta-\gamma^{0*})/\gamma^{0*}}, \quad \text{si } g_2 < 0. \end{aligned}$$

Ces résultats sont qualitativement similaires à ceux de Yakovenko.^[49] Les principales différences avec ce dernier sont que l'exposant de l'énergie propre θ et celui de la susceptibilité sont modifiés par les processus d'énergie plus élevée que ω_H .

2.8 Résumé du chapitre

Le formalisme exposé dans ce chapitre suggère que la dépendance de la température critique en fonction du champ magnétique présente les comportements suivants.

Dans le cas d'une transitions de type onde de densité (OD) produit par le mécanisme d'échange, la section 2.5 indique une augmentation de la température critique selon

$$\frac{\Delta T_c^1}{T_c^1} = cH^2$$

où c diminue lorsque l'interaction intrachaîne, g_2 , augmente.

Le cas d'une transition survenant dans le régime de déconfinement est beaucoup plus complexe. Lorsque T_{x1} est suffisamment plus grand que T_{x2} , la température critique diminue en H^2 par confinement dimensionnel induit par le champ. D'un autre côté, il existe un domaine de T_{x1} et T_{x2} où la diminution de T_c^1 causée par le confinement dimensionnel se trouve en compétition avec l'augmentation provenant de l'interaction d'échange. De plus, puisque le champ améliore les propriétés d'emboîtement, la déviation à l'emboîtement (t_{2b}) et l'effet cyclotron sont en compétition. Ainsi, t_{2b} a pour effet d'abaisser T_c alors que le champ vient contrer cet effet. Si la déviation à l'emboîtement est suffisamment importante pour détruire l'ordre OD à champ nul, une cascade de transitions de phase semi-métallique apparaît à mesure que le champ magnétique augmente. Ces phases sont caractérisées par une onde de densité dont la modulation varie de manière abrupte avec le champ magnétique.

Enfin à champ magnétique élevé, la température critique décroît avec le champ magnétique selon une loi de puissance qui dépend du couplage. Cet état

est généré par des paires électron-trou liées localement et se propageant de chaîne en chaîne. Cette phase se manifeste en continuité avec la dernière phase de la cascade discutée au paragraphe précédent. La figure 18 représente qualitativement la plupart des comportements que l'on vient de discuter.

Dans le cas du canal Cooper, nous n'avons discuté que du régime de champ fort. Ce cas donne lieu à une phase d'onde de densité formée par des paires électron-trou telle que l'électron et le trou sont séparés par une distance interchaîne.^[49] Celle-ci se développe dans le canal Cooper et fournit un exemple d'un état onde de densité généré par l'action combinée d'une interaction attractive et de l'effet tunnel interchaîne de paire. Cette phase apparaît donc lorsque la phase supraconductrice a été frustrée par le champ magnétique.

Un mécanisme tout à fait similaire peut-être responsable de l'apparition d'une phase supraconductrice dans les conducteurs organiques Q-1D. C'est -à-dire qu'à champ magnétique nul et sous bonne condition d'emboîtement, ces systèmes deviennent des isolants magnétiques (ODS) à très basse température. Le terme d'interaction interchaîne généré provient du saut cohérent de paires électron-trou. Lorsque l'on augmente la pression, l'état ODS est frustré par la réduction de la qualité de l'emboîtement. À une pression critique, cette frustration est telle que la phase ODS laisse place à une phase supraconductrice générée dans le canal ODS. Dans ce cas, les particules sont séparées par une distance interchaîne. La formalisation de cette démarche est le sujet d'un autre travail.^[78]

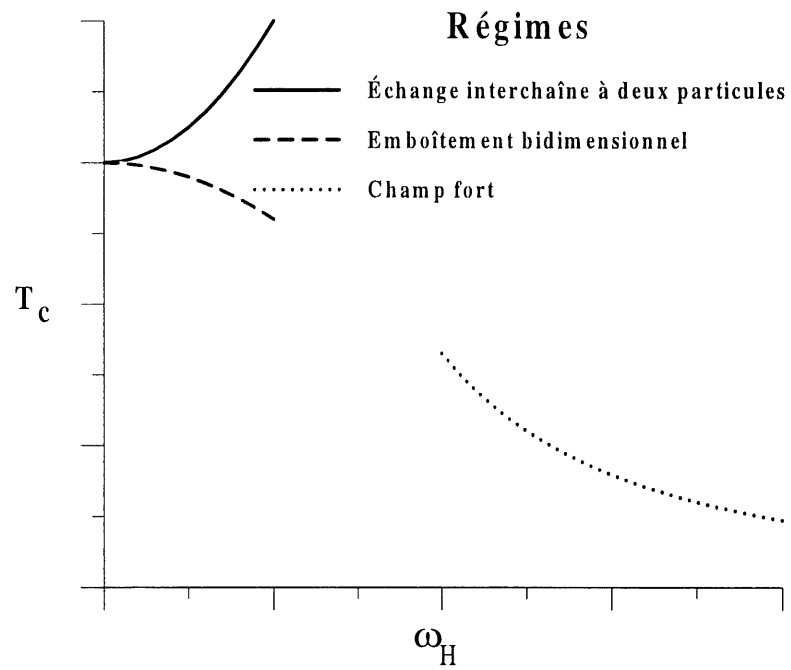


Figure 18: Comportement qualitatif de la température critique de la phase onde de densité en fonction du champ.

CHAPITRE III

Effet Zeeman et processus Umklapp

Ce chapitre est consacré au système unidimensionnel de fermions de spin $1/2$. Nous y aborderons l'application du GRQ sur l'effet Zeeman et prendrons en compte une partie interactive comprenant la diffusion vers l'avant, la rétrodiffusion et la diffusion Umklapp. Pour plus de généralité, les interactions dépendront de l'orientation relative des spins. Le comportement des exposants que nous obtiendrons pourra par la suite s'inclure aux résultats du chapitre précédent.

La question de l'effet Zeeman et du mécanisme Umklapp sur les systèmes unidimensionnels a déjà donné lieu à de nombreux travaux. Parmi ceux-ci signalons: le traitement de l'effet Zeeman par la sommation parquet pour le cas d'interactions indépendantes du spin $g_{i,\perp} = g_{i,\parallel}$,^[82] l'application du groupe de renormalisation multiplicatif (GRM)^[11,84] et de la bosonisation^[83] au traitement du mécanisme Umklapp et enfin, les travaux utilisant l'une ou l'autre de ces deux techniques pour le traitement de l'effet Zeeman en présence d'interactions dépendante du spin^[30,79,88] et de la déviation au demi-remplissage.^[81,30,79] Vu l'étendu des travaux sur le sujet, notre contribution consiste surtout à regrouper les résultats déjà publiés. En fait, Montambaux *et coll.* ont déjà présenté une partie de cette synthèse. Toutefois, nous examinerons un plus grands nombres de paramètres d'ordre. Ceci apportera quelques modifications aux diagrammes de phases du conducteur unidimensionnel présenté aux références [30] et [79]. Plus précisément, les diagrammes de phases que nous allons exposer représentent une compilation des résultats de ces chercheurs, ceux de Kimura^[84] ainsi que ceux de Giamarchi et Schulz.^[88]

3.1 Présentation du modèle

L'interaction entre le champ magnétique et le spin des fermions sépare la bande du spectre en deux sous-bandes de spins opposés distantes de deux

fois l'énergie Zeeman, $2\omega_Z = 2\mu_B H$ (figure 19). Par conséquent, le niveau de remplissage des états dépend du spin et du champ magnétique. Les nombres d'onde de la surface de Fermi 1D s'écrivent alors $k_{F,\uparrow} = k_F - \omega_Z/v_F$ et $k_{F,\downarrow} = k_F + \omega_Z/v_F$. Il est admis^[11] que cette levée de dégénérescence conduit à une coupure en énergie pour la rétrodiffusion entre deux fermions de spins opposés, $g_{1,\perp}$. En fait, comme le montre la figure 20a, le transfert d'une particule de $k_{F,\uparrow}$ à $-k_{F,\uparrow}$ implique, par conservation de la quantité de mouvement, un transfert de $-k_{F,\downarrow}$ à $k_{F,\downarrow} + 4\omega_Z/v_F$ de la seconde particule. Cette dernière se retrouve donc à une énergie $4\omega_Z$ au dessus de la surface de Fermi. Ce processus ne conserve pas l'énergie et devrait être inopérant à basse température.^[11,30,79] D'un autre côté, la figure 20b montre qu'il est possible d'imaginer pour $g_{1,\perp}$ un processus conservant à la fois l'énergie et la quantité de mouvement. Dans ce cas, l'énergie minimale de la paire est $2\omega_Z$ ce qui fixe le seuil d'énergie et de température où ce mécanisme peut exister. Entre $4\omega_Z$ et $2\omega_Z$, il y a donc une dépendance importante du processus $g_{1,\perp}$ sur les nombres d'ondes impliqués et cette interaction disparaît complètement sous $2\omega_Z$. Par conséquent, les phases qui nécessitent une rétrodiffusion s'affaiblissent et peuvent même disparaître sous l'effet Zeeman.

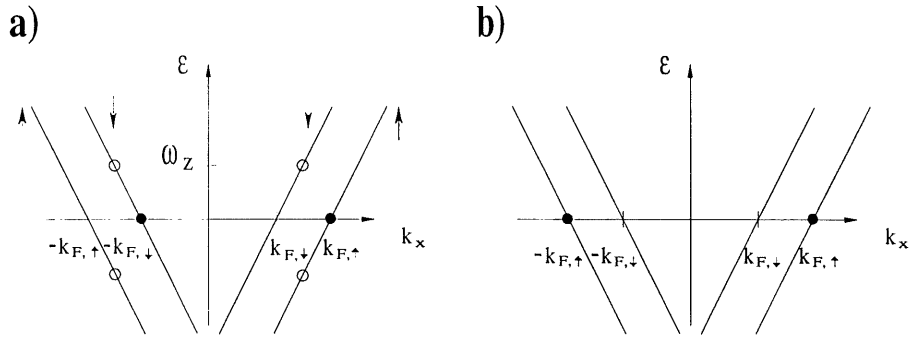


Figure 19: Particules séparées par $\sim 2k_F$ après la levée de dégénérescence causée par l'effet Zeeman. En cercles pleins: particules de spins opposées (a) et de même spin (b) situées sur leur surface de Fermi respectives. La quantité de mouvement totale est $2\mu_B H/v_F$ en (a) et nulle en (b). En cercles vides, les états de nombres d'onde k_F et $-k_F$.

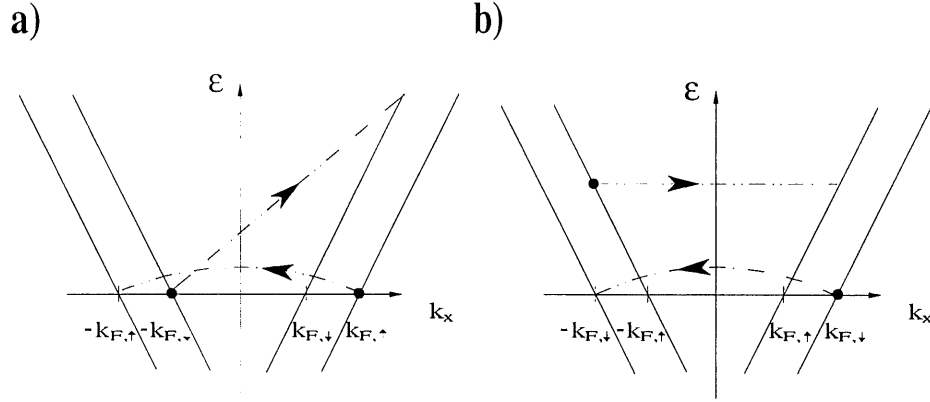


Figure 20: Quelques exemples schématiques impliquant $g_{1\perp}$:
(a) processus non conservatif où l'énergie de la paire augmente de $4\omega_Z$, (b) processus conservatif mais l'énergie minimale de la paire est $2\omega_Z$.

À champ nul et à bande demi remplie, Emery, Luther et Peshel^[80] ont montré que la rétrodiffusion $g_{1,\perp}$ agit sur le spin de la même manière que la diffusion Umklapp agit sur la charge. Montambaux *et coll.*^[30,79] ont prolongé cette idée en indiquant que l'effet Zeeman influence $g_{1,\perp}$ de la même manière que l'écart au demi remplissage influence g_3 . On peut donc reprendre les éléments du paragraphe précédent pour le compte du mécanisme Umklapp. Cette fois, c'est la charge qui est transférée d'un côté à l'autre de la surface de Fermi. L'analogue à l'énergie Zeeman est ici $\delta\mu = v_F |G/4 - k_F|$ où $G = \pi/a$ est un vecteur du réseau réciproque. Dans le cas d'une bande simple, comme par exemple la bande $2t\cos(ka)$ ou la bande linéarisée, $\delta\mu$ mesure bien l'écart du potentiel chimique par rapport à sa valeur au demi remplissage.[†] On comprend donc que g_3 cesse d'être pertinent aux échelles d'énergie plus petites que $4\delta\mu$. Les deux mécanismes de diffusion que nous venons de discuter sont donc très sensibles à la brisure de symétrie des degrés de liberté qui leur est

[†] Cette interprétation ne tient plus pour une bande 1D plus complexe, comprenant par exemple un saut au second voisin, parce que $k_F = \pi/2a$ ne correspond plus à une bande demi remplie.

associée: brisure de la symétrie $\uparrow \rightarrow \downarrow$ dans le cas de $g_{1,\perp}$ et de conservation du nombre de particules sur chacune des branches dans le cas de g_3 .

Dans ce chapitre, l'action est décrit par

$$\begin{aligned}
S^o[\psi^*, \psi] &= \sum_{\alpha, s, \tilde{k}_x} G_{\alpha, s}^{0-1}(\tilde{k}_x) |\psi_{\alpha, s}(\tilde{k}_x)|^2, \\
S_I[\psi^*, \psi] &= \\
&- \frac{T}{2L} \sum_{\{\alpha, \{s\}, \tilde{k}_x, \tilde{q}_x\}} g(\{s\}) \psi_{\alpha, s_1}^*(\tilde{k}_{x1} + \tilde{q}_x) \psi_{-\alpha, s_2}^*(\tilde{k}_{x2} - \tilde{q}_x) \psi_{-\alpha, s_3}(\tilde{k}_{x2}) \psi_{\alpha, s_4}(\tilde{k}_{x1}), \\
&- \frac{g_3 T}{2L} \sum_{\{\alpha, s, \tilde{k}_x, \tilde{q}_x\}} \psi_{\alpha, s}^*(\tilde{k}_{x1} + \alpha \tilde{q}_x) \psi_{-\alpha, -s}^*(\tilde{k}_{x2} - \alpha \tilde{q}_x + \alpha \tilde{G}) \psi_{-\alpha, -s}(\tilde{k}_{x2}) \psi_{\alpha, s}(\tilde{k}_{x1}),
\end{aligned} \tag{3.1}$$

où $g_i(\{s\}) = (-1)^i \left(g_{i,\parallel} \delta_{s_1, s_2} \delta_{s_3, s_4} + g_{i,\perp} \delta_{s_1, -s_2} \delta_{s_3, -s_4} \right) \delta_{s_2, s_3}$ pour $i = 1, 2$, et s désigne la projection du spin selon \hat{z} .

Le GRQ s'applique ici selon les mêmes étapes qu'à la section 2.4.1. Les diagrammes conduisant à la correction au premier ordre des vertex d'interactions $\Gamma_{i,\parallel}$ et $\Gamma_{i,\perp}$ sont présentés aux figures 21, 22 alors que la figure 23 présente ceux participant au premier ordre de Γ_3 . Le deuxième ordre de l'énergie propre s'obtient des figures 21, 22 et 23 en reliant deux champs externes de même spin et appartenant à la même branche du spectre. Ceci élimine toutes contributions provenant de $g_{1,\perp}^2$ et de g_3^2 . Enfin, les diagrammes participant aux corrections du second ordre de $\Gamma_{i,\parallel}$, $\Gamma_{i,\perp}$ et Γ_3 sont présentés aux figures 24 et 25.

Deux points sont à souligner. Premièrement, l'identification des diagrammes qui disparaissent aux basses énergies nécessite de porter, lorsque c'est possible, les pattes externes sur la surface de Fermi résultant de la levée de dégénérescence causé par l'effet Zeeman. La coupure infrarouge qui apparaît dans ce cas est $E_F(\ell) = 4\omega_Z$. Deuxièmement, l'intégration partielle ne prend pas automatiquement en compte que la contribution d'un diagramme doit disparaître aux basses énergies. Ceci arrive lorsque seul l'éloignement des pattes externes par rapport à la surface de Fermi en est la cause. L'exemple le plus frappant

est l'interaction $g_{1,\perp}$ à l'ordre zéro. Il n'y a pas d'intégration partielle mais on voit à la figure 20 que cette interaction n'est plus opérante aux basses énergies.

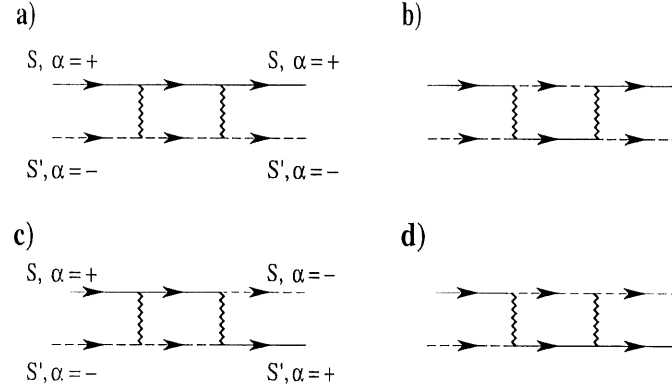


Figure 21: Diagrammes Cooper à l'ordre d'une boucle des vertex $\Gamma_1(s, s')$: (a) et (b), et $\Gamma_2(s, s')$: (c) et (d).

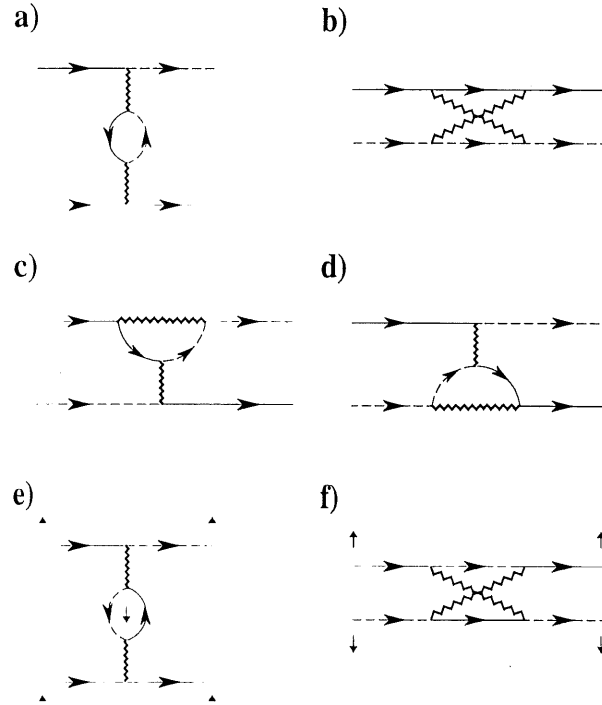


Figure 22: Diagrammes Peierls à l'ordre d'une boucle des vertex $\Gamma_1(s, s')$: (a), (c) et (d), et $\Gamma_2(s, s')$: (b). De plus, les diagrammes (e) et (f) interviennent respectivement dans $\Gamma_{1,\perp}$ et $\Gamma_{2,\perp}$ mais nécessite g_3 .

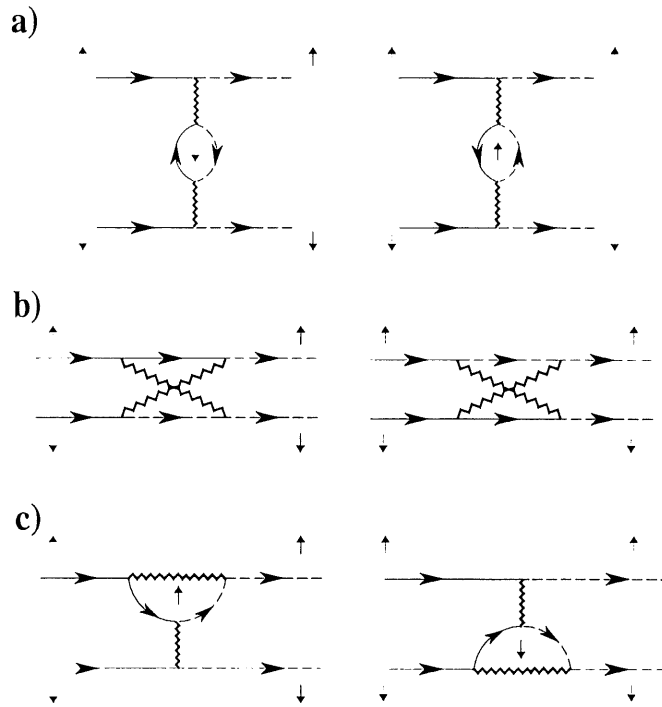


Figure 23: Corrections au premier ordre du mécanisme Umklapp.

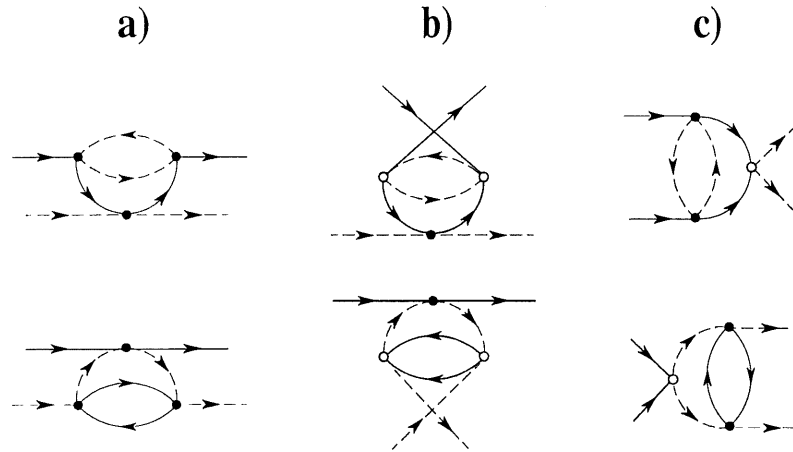


Figure 24: Diagrammes à l'ordre de deux boucles des vertex $\Gamma_i(s_1, s_2)$, $i = 1, 2, 3$. Les points pleins représentent une interaction $g_1(s_1, s_2)$ ou $g_2(s_1, s_2)$ alors que les points vides représentent un processus Umklapp ($g_{3,\perp}$).

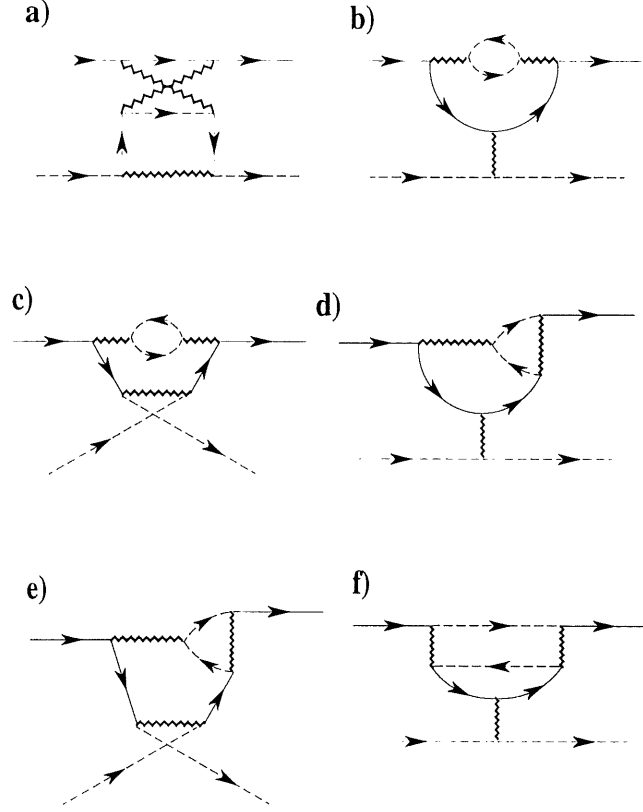


Figure 25: Détails du diagramme (a) de la figure 24.

L'énergie propre à l'ordre de deux boucles, s'obtient des diagrammes des figures 21 et 22 en connectant deux propagateurs externes appartenant à la même branche $\alpha = \pm$ et possédant le même spin. Les diagrammes qui renormalisent $g_{1,\perp}$ et g_3 sont donc éliminés de ce calcul. Les diagramme qui contiennent $g_{1\perp}^2$ et g_3^2 doivent être étudié à part. Dans le cas de $g_{1\perp}^2$, il s'agit des diagrammes d'énergie propre obtenus à partir de 21b lorsque les spins des pattes externes sont opposés et de la figure 22a lorsque les pattes externes ont le même spin tout en étant d'orientation contraire à la bulle interne. Si l'on impose aux deux pattes externes d'être à leur niveau de Fermi respectives, l'un des propagateurs internes est nécessairement à une énergie élevée et ces contributions disparaissent lorsque $\ell > \ell_Z$. Les mêmes conclusions s'appliquent

aussi aux diagrammes d'énergie propre contenant g_3^2 construits à partir de e) et f) de la figure 22. Ils disparaissent lorsque $\ell > \ell_U$.

Le calcul des corrections à l'ordre de deux boucles sur les couplages n'apporte rien de nouveau sur ce que nous avons appris jusqu'ici: les corrections à $g_{1,\perp}$ et à $g_{3,\perp}$ de même que les contributions de ces derniers aux autres couplages disparaissent aux mêmes seuils qu'établis ci-dessus.

3.2 Équations de renormalisation

3.2.1 Renormalisation des couplages

Lorsque $\ell < \min(\ell_Z, \ell_U)$, nous obtenons donc les équations de renormalisation suivantes

$$\begin{aligned}
\frac{d}{d\ell} \tilde{g}_{1,\perp} &= -\tilde{g}_{1,\perp} \tilde{g}_\sigma - \frac{\tilde{g}_{1,\perp}^3 + \tilde{g}_{1,\perp} \tilde{g}_\sigma^2}{4} , \\
\frac{d}{d\ell} \tilde{g}_\sigma &= -\tilde{g}_{1,\perp}^2 - \frac{\tilde{g}_{1,\perp}^2 \tilde{g}_\sigma}{2} \\
\frac{d}{d\ell} \tilde{g}_\rho &= -\tilde{g}_3^2 - \frac{\tilde{g}_3^2 \tilde{g}_\rho}{2} , \\
\frac{d}{d\ell} \tilde{g}_3 &= -\tilde{g}_3 \tilde{g}_\rho - \frac{\tilde{g}_3^3 + \tilde{g}_3 \tilde{g}_\rho^2}{4} \\
\frac{d}{d\ell} \ln(z_1^{-1}(\ell)) &= -\theta_\rho - \theta_\sigma - \frac{3\tilde{g}_{1,\perp}^2 + 3\tilde{g}_3^2}{16}
\end{aligned} \tag{3.2}$$

où

$$\begin{aligned}
g_\sigma &= g_{1,\parallel} - g_{2,\parallel} + g_{2,\perp} = g_\rho + 2g_{2,\perp} , & g_\rho &= g_{1,\parallel} - g_{2,\parallel} - g_{2,\perp} , \\
\theta_\sigma &= (\tilde{g}_\sigma^2 - \tilde{g}_{1,\perp}^2)/16 , & \theta_\rho &= (\tilde{g}_\rho^2 - \tilde{g}_3^2)/16 ,
\end{aligned}$$

alors que $\{\tilde{g}\} = \{g/\pi v_F\}$ diffère d'un facteur 2 par rapport à la définition du chapitre précédent. Les deux premières équations de (3.2) sont associées aux degrés de liberté de spin tandis que la troisième et la quatrième sont

associées aux degrés de liberté de charge. Ces quatres équations traduisent la séparation spin-charge manifestée par les modèles unidimensionnels et quasi-unidimensionnels.

Les points fixes de deux premières équations différentielles sont

$$(\tilde{g}_\sigma^*, \tilde{g}_{1,\perp}^*, \theta_\sigma^*) = (\text{signe}(g_\sigma) 4\sqrt{\theta_\sigma}, 0, \theta_\sigma)$$

et

$$(\tilde{g}_\sigma^*, \tilde{g}_{1,\perp}^*, \theta_\sigma^*) = (-2, \pm 2, \sim 3/4) .$$

Le premier point fixe, de type marginal, correspond à la limite de couplage faible. Il n'est stable que lorsque $g_\sigma \geq |g_{1,\perp}|$. Le second, de type universel, est atteint lorsque $g_\sigma < |g_{1,\perp}|$ et correspond à la limite de couplage fort. Ce dernier donne lieu à un pseudo-gap dans les degrés de liberté de spins et ne devient un vrai gap qu'à température nulle. Par l'application d'une procédure de renormalisation autour de la solution exacte de Luther et Emery,^[85] Montambaux^[30] trouve que ce pseudo-gap survient lorsque $\ell_\sigma = \ln(E_F/\Delta_\sigma) < \min(\ell, \ell_T)$ où

$$\Delta_\sigma/E_F \sim |\tilde{g}_{1,\perp}^*|^{1/(2-2K_\sigma)}$$

où $K_\sigma = \sqrt{\frac{1 + \tilde{g}_\sigma/2}{1 - \tilde{g}_\sigma/2}}$. Ce résultat confirme en fait celui de Luther^[86] établi pour un modèle d'une chaîne de spin X-Y-Z.

La situation est similaire pour $(\tilde{g}_\rho, \tilde{g}_3, \theta_\rho)$ en remplaçant \tilde{g}_σ , $\tilde{g}_{1,\perp}$, θ_σ et K_σ respectivement par \tilde{g}_ρ , \tilde{g}_3 , θ_ρ et K_ρ . Dans ce dernier cas, le point fixe en couplage fort donne lieu à un pseudo-gap dans les degrés de liberté de charge. Il faut souligner ici que puisque le traitement fait ici est de type perturbatif, les exposants que nous obtiendrons en couplage fort ne sont pas exacts. Toutefois, ils fourniront bien les tendances du système.

Pour tenir compte des coupures, il suffit d'éliminer $g_{1\perp}$ lorsque $\ell > \ell_Z = \ln(E_F/2\omega_Z)$ et g_3 lorsque $\ell > \ell_U = \ln(E_F/2\delta\mu)$. On trouve alors que θ_σ devient

$$\theta_\sigma(\ell < \ell_Z) = g_\sigma^2(\ell_Z) = \theta_\sigma + g_{1\perp}^2(\ell_Z)$$

et que θ_ρ devient

$$\theta_\rho(\ell < \ell_Z) = g_\rho^2(\ell_U) = \theta_\rho + g_3^2(\ell_U) \ .$$

3.2.2 Fonctions de réponses auxiliaires

Ces fonctions s'obtiennent à partir des champs composites,

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_\mu^0(x, \tau) &= \sum_{\alpha, s} s \sigma_\mu^{s, s'} \psi_{-, -s}(x, \tau) \psi_{+, s'}(x, \tau) \ , \\ \mathcal{O}_\mu^1(x, \tau) &= \sum_{\alpha, s} \sigma_\mu^{s, s'} \psi_{-, s}^*(x, \tau) \psi_{+, s'}(x, \tau) \ , \end{aligned} \quad (3.3)$$

où $\mu = 0, 1, 2, 3$ indique la polarisation selon la direction du temps et des axes x , y , et z . Enfin, M identifie le canal de corrélation Cooper ($M = 0$) et Peierls ($M = 1$). Une bande près du demi remplissage nécessite de tenir compte pour le canal Peierls, des champs composites de lien ($U=-1$) et de site ($U=+1$) définient par,^[89]

$$\mathcal{O}_\mu^{1,U}(x, \tau) = \frac{1}{2} \left(\mathcal{O}_\mu^1(x, \tau) + U \mathcal{O}_\mu^{1*}(x, \tau) \right) \ .$$

D'une manière analogue à la section 2.4.1e, l'évaluation des fonctions de réponses débute par la renormalisation des vertex à un corps dont les diagrammes sont présentées à la figure 13. La seule difficulté ici est de faire suivre les signes provenant des matrices de Pauli de (3.3).

L'équation de renormalisation des susceptibilités que l'on obtient s'écrit

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\ell} \ln \left(\bar{\chi}_\mu^M(\ell, q) \right) &= \tilde{g}_\mu^M(\ell, q_x) - 2 \frac{d}{d\ell} \ln(z(\ell)) \\ \frac{d}{d\ell} \ln \left(z^2(\ell) \bar{\chi}_\mu^M(\ell, q) \right) &= \tilde{g}_\mu^M(\ell, q_x) \end{aligned} \quad (3.4)$$

où les $g_\mu^{M,U}$ sont définis par

$$\begin{aligned}
g_0^{1,U=\pm}(\ell) &= g_{2,\parallel}(\ell) - g_{1,\parallel}(\ell) - g_{1,\perp}(\ell) - Ug_3(\ell) \\
&= -\frac{1}{2}g_\rho(\ell) - \frac{1}{2}g_\sigma(\ell) - g_{1,\perp}(\ell) - Ug_3(\ell) \\
g_{1,2}^{1,U=\pm}(\ell) &= g_{2,\perp}(\ell) + Ug_3(\ell) \\
&= -\frac{1}{2}g_\rho(\ell) + \frac{1}{2}g_\sigma(\ell) + Ug_3(\ell) \\
g_3^{1,U=\pm}(\ell) &= g_{2,\perp}(\ell) - g_\sigma(\ell) + g_{1,\perp}(\ell) + Ug_3(\ell) \\
&= -\frac{1}{2}g_\rho(\ell) - \frac{1}{2}g_\sigma(\ell) + g_{1,\perp}(\ell) + Ug_3(\ell) \\
g_0^0(\ell) &= -g_{2,\perp}(\ell) - g_{1,\perp}(\ell) \\
&= \frac{1}{2}g_\rho(\ell) - \frac{1}{2}g_\sigma(\ell) - g_{1,\perp}(\ell) \\
g_{1,2}^0(\ell) &= -g_{2,\perp}(\ell) + g_{1,\parallel}(\ell) \\
&= \frac{1}{2}g_\rho(\ell) + \frac{1}{2}g_\sigma(\ell) \\
g_3^0(\ell) &= -g_{2,\perp}(\ell) + g_{1,\perp}(\ell) \\
&= \frac{1}{2}g_\rho(\ell) - \frac{1}{2}g_\sigma(\ell) + g_{1,\perp}(\ell) .
\end{aligned} \tag{3.5}$$

lorsque $\ell < \ell_Z, \ell_U$. Remarquons que $g_{1,\perp}$ lève la dégénérescence entre les phases $\mu = 0$ et $\mu = 3$. Celles-ci s'interchangent sous le changement de signe de $g_{1,\perp}$. D'autre part, un changement de signe de g_3 échange les ondes de densité de site pour des ondes de densité de lien et vice versa, $g_\mu^{1,U} \rightarrow g_\mu^{1,-U}$. Enfin, $g_\sigma \neq g_{1,\perp}$ lève la dégénérescence entre les phases g_3^M et $g_{1,2}^M$. Pour lever celle entre les phases g_1^M et g_2^M , il est nécessaire d'introduire un couplage supplémentaire^[88] que nous n'introduisons pas ici.

À partir de (3.5) et des points fixes identifiés à la section précédente nous obtenons que les fonctions de réponse auxiliaires s'expriment suivant

$$\overline{\chi}_\mu^{M,U}(\ell) = \overline{\chi}_{\sigma,\mu}(\ell) \overline{\chi}_{\rho,\mu}^{M,U}(\ell)$$

où

$$\overline{\chi}_{\sigma,\mu}(\ell) = e^{\gamma_{\sigma,\mu} \ell} \mathcal{D}_{\sigma,\mu}(\ell) \mathcal{D}_{\sigma}(\ell) ,$$

$$\overline{\chi}_{\rho,\mu}^{M,U}(\ell) = e^{\gamma_{\rho,\mu}^{M,U} \ell} \mathcal{D}_{\rho,\mu}^{M,U}(\ell) \mathcal{D}_{\rho}(\ell) .$$

Ici, les fonctions $\mathcal{D}_{\sigma}(\ell)$ et $\mathcal{D}_{\rho}(\ell)$ tiennent compte des effets transitoires des fonctions auxiliaires provenant de l'énergie propre tandis que $\mathcal{D}_{\sigma,\mu}(\ell)$ et $\mathcal{D}_{\rho,\mu}^{M,U}(\ell)$ contiennent les effets transitoires n'appartenant qu'aux fonctions de réponse auxiliaires. Nous traitons d'abord les degrés de liberté spin et déterminons la valeur de $\gamma_{\sigma,\mu}$ et les expressions de $\mathcal{D}_{\rho}(\ell)$ et $\mathcal{D}_{\sigma,\mu}(\ell)$ pour différent type de couplage. Ensuite, nous présentons nos résultats concernant la partie charge: $\gamma_{\rho,\mu}^{M,U}$, $\mathcal{D}_{\rho}(\ell)$ et $\mathcal{D}_{\sigma,\mu}^{M,U}(\ell)$.

Degrés de liberté de spin

$g_{1,\perp} = 0 < g_{\sigma}$ reproduit directement le comportement au point fixe du couplage faible,

$$\theta_{\sigma} = \tilde{g}_{\sigma}^2/16 \quad , \quad \gamma_{\sigma,0,3} = -\frac{\tilde{g}_{\sigma}}{2} - 2\theta_{\sigma} \quad , \quad \gamma_{\sigma,1,2} = \frac{\tilde{g}_{\sigma}}{2} - 2\theta_{\sigma}$$

et $\mathcal{D}_{\sigma,\mu}(\ell) = 1$. Les phases $\mu = 1, 2$ sont divergentes alors que celles où $\mu = 0, 3$ sont dégénérées et non divergentes. Le cas de $|g_{1,\perp}| < g_{\sigma}$ mène aussi à ce type de point fixe, mais cette fois des termes transitoires sont présents,

$$\theta_{\sigma} = (\tilde{g}_{\sigma}^2 - \tilde{g}_{1,\perp}^2)/16, \quad \gamma_{\sigma,0,3} = -\frac{\tilde{g}_{\sigma}^*}{2} - 2\theta_{\sigma}, \quad \gamma_{\sigma,1,2} = \frac{\tilde{g}_{\sigma}^*}{2} - 2\theta_{\sigma}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\sigma}(\ell) &= \exp \left\{ - \int_0^{\ell} \frac{3}{8} \tilde{g}_{1,\perp}^2 d\ell' \right\} , \\ \mathcal{D}_{\sigma,0}(\ell) &= \exp \left\{ \int_0^{\ell} \left(\frac{\tilde{g}_{\sigma}^*}{2} - \frac{\tilde{g}_{\sigma}}{2} - \tilde{g}_{1,\perp} \right) d\ell' \right\} , \\ \mathcal{D}_{\sigma,1,2}(\ell) &= \exp \left\{ \int_0^{\ell} \left(-\frac{\tilde{g}_{\sigma}^*}{2} + \frac{\tilde{g}_{\sigma}}{2} \right) d\ell' \right\} , \\ \mathcal{D}_{\sigma,3}(\ell) &= \exp \left\{ \int_0^{\ell} \left(\frac{\tilde{g}_{\sigma}^*}{2} - \frac{\tilde{g}_{\sigma}}{2} + \tilde{g}_{1,\perp} \right) d\ell' \right\} . \end{aligned}$$

où $\tilde{g}_\sigma^* = \sqrt{\tilde{g}_\sigma^2 - \tilde{g}_{1,\perp}^2} = 4\sqrt{\theta_\sigma}$. Comparé au cas précédent, on note que $\mathcal{D}_\sigma(\ell)$ est responsable d'un ralentissement de la décroissance de la densité d'états, que la phase $\mu = 3$ est légèrement favorisée par rapport à $\mu = 1$ et finalement, que les phases $\mu = 1, 2$ sont toujours celles qui divergent. Toutefois, leur degré de divergence a diminué.

Dans le cas où $g_\sigma < |g_{1,\perp}|$, nous négligeons les effets transitoires et obtenons une forte réduction de la densité d'états des excitations de spins, $\theta_\sigma^* = 3/4$. De plus, les exposants $\gamma_{\sigma,\mu}$ dépendent du signe de $g_{1,\perp}$:

$$\begin{aligned} \gamma_{\sigma,0} \sim \gamma_{\sigma,1,2} \sim -5/2, \quad \gamma_{\sigma,3} \sim 3/2 & \quad \text{pour } g_{1,\perp} > 0, \\ \gamma_{\sigma,0} \sim 3/2, \quad \gamma_{\sigma,1,2} \sim \gamma_{\sigma,3} \sim -5/2 & \quad \text{pour } g_{1,\perp} < 0. \end{aligned}$$

La phase divergente est donc $\mu = 3$ dans le premier cas et $\mu = 0$ dans le second. Signalons que la divergence de la phase $\mu = 3$ n'a pas été mentionnée par Momtambaux *et coll.* [30,79] mais été signalée plus tard par Giamarchi et Schulz.[88] Les exposants établis ci-dessus sont compilés au tableau 4. Rappelons ici, qu'il s'agit d'exposants obtenus par développement autour de la limite de couplage faible.

Discutons maintenant de l'effet Zeeman sur l'amplitude des divergences fonctions de réponses auxiliaires que nous venons d'établir. Tout d'abord, dans le cas où $g_{1,\perp} = 0 < g_\sigma$, l'effet Zeeman n'a aucune influence sur la divergence des phases et la phase $\mu = 1, 2$ est toujours celle qui domine. De même lorsque $g_\sigma > |g_{1,\perp}|$, la phase dominante reste encore $\mu = 1, 2$. En fait, l'introduction de l'effet Zeeman provoque l'occurrence du point fixe de couplage faible à $\ell = \ell_Z$. Les exposants deviennent alors pour $\ell > \ell_Z$

$$\begin{aligned} \theta_\sigma(\ell > \ell_Z) &= \tilde{g}_\sigma^2(\ell_Z)/16, \\ \gamma_{\sigma,0,3} &= -\frac{\tilde{g}_\sigma(\ell_Z)}{2} - 2\theta_\sigma(\ell > \ell_Z), \\ \gamma_{\sigma,1,2} &= \frac{\tilde{g}_\sigma(\ell_Z)}{2} - 2\theta_\sigma(\ell > \ell_Z) \end{aligned}$$

Tableau 4: Exposants des fonctions de réponse reliées aux degrés de liberté de spin.

		$\gamma_{\sigma,\mu}$	phases(μ)
$g_{1,\perp} = 0$		$\frac{\tilde{g}_\sigma}{2} - 2\theta_\sigma$	1, 2
		$-\frac{\tilde{g}_\sigma}{2} - 2\theta_\sigma$	0, 3
$g_\sigma > g_{1,\perp} $		$2(\sqrt{\theta_\sigma} - \theta_\sigma)$	1, 2
	$g_{1,\perp} > 0$	$-2(\sqrt{\theta_\sigma} - \theta_\sigma)$	0, 3, $\bar{\chi}_{\sigma,3} > \bar{\chi}_{\sigma,0}$
	$g_{1,\perp} < 0$	$-2(\sqrt{\theta_\sigma} - \theta_\sigma)$	0, 3, $\bar{\chi}_{\sigma,0} > \bar{\chi}_{\sigma,3}$
$g_\sigma < g_{1,\perp} $	$g_{1,\perp} > 0$	3/2	3
		-5/2	0, 1, 2
	$g_{1,\perp} < 0$	3/2	0
		-5/2	1, 2, 3

et les termes transients deviennent des constantes multiplicatives

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_\sigma(\ell > \ell_Z) &= \exp \left\{ - \int_0^{\ell_Z} \frac{3}{8} \tilde{g}_{1,\perp}^2 d\ell \right\} , \\ \mathcal{D}_{\sigma,0}(\ell > \ell_Z) &= \exp \left\{ \int_0^{\ell_Z} \left(\frac{\tilde{g}_\sigma(\ell_Z)}{2} - \frac{\tilde{g}_\sigma}{2} - \tilde{g}_{1,\perp} \right) d\ell' \right\} , \\ \mathcal{D}_{\sigma,1,2}(\ell > \ell_Z) &= \exp \left\{ \int_0^{\ell_Z} \left(-\frac{\tilde{g}_\sigma(\ell_Z)}{2} + \frac{\tilde{g}_\sigma}{2} \right) d\ell' \right\} , \\ \mathcal{D}_{\sigma,3}(\ell > \ell_Z) &= \exp \left\{ \int_0^{\ell_Z} \left(\frac{\tilde{g}_\sigma(\ell_Z)}{2} - \frac{\tilde{g}_\sigma}{2} + \tilde{g}_{1,\perp} \right) d\ell' \right\} . \end{aligned}$$

Puisque dans le régime de couplage faible g_σ diminue sous renormalisation jusqu'à son point fixe et que l'effet Zeeman provoque prématurément ce point fixe, l'exposant de la phase dominante ($\mu = 1, 2$) augmente sous l'effet du champ alors que ceux des autres phases diminuent.

Pour le cas où $g_\sigma < |g_\perp|$, le terme Zeeman ne se fait sentir que s'il est au moins comparable au gap des degrés de libertés de spin $\ell_Z > \ell_\sigma$.^[30] Il parvient alors à affaiblir la phase dominante, $\mu = 0$ ou $\mu = 3$, et à y apporter une modulation. Notons que dans la régions $0 < g_\sigma < |g_{1,\perp}|$, le régime de couplage fort est beaucoup plus long à survenir que lorsque g_σ est négatif. Ceci augmente les possibilités d'une manifestation de l'effet Zeeman qui peut provoquer un changement de la phase dominante : c'est-à-dire de passer de $\mu = 0$ ou 3 à $\mu = 1, 2$. Un exemple de ceci est la transition spin-flop où l'on passe d'une phase antiferromagnétique uniaxiale ($M = 1, \mu = 3$) à planaire ($M = 1, \mu = 1, 2$) sous l'effet du champ.

Dans tous les cas présentés ci-dessus, on obtient par le calcul des bulles élémentaires Peierls et Cooper, que le vecteur d'onde du paramètre d'ordre en champ nul est $q_x = \pm 2k_F$ pour les phases de type onde de densité et $q_x = 0$ pour les phases supraconductrices. On vérifie aussi que le terme Zeeman n'affecte pas la modulation du paramètre d'ordre des phases $\mu = 1, 2$.^[11,30] alors qu'il modifie celle du paramètre d'ordre de la phase $\mu = 0$ ^[11,30] et aussi celle de la phase $\mu = 3$. Cette modulation supplémentaire est $q_Z = \pm 2\omega_Z$. La modulation du paramètre d'ordre devient donc q_μ^M tel que: $q_{0,3}^1 = 2k_F + 2q_z$, $q_{1,2}^1 = 2k_F$, $q_{0,3}^0 = 2q_z$ et $q_{1,2}^0 = 0$. Ceci s'observe directement de la figure 19. On y remarque en effet, que la quantité de mouvement d'une paire de particules de branches différentes, $\alpha = \pm$, posées sur leur surface de Fermi respectives est donnée par $k_{F,s} - k_{F,s'} = (s' - s)\omega_Z/v_F$, s'il s'agit de paire Cooper et par $\alpha(k_{F,s} + k_{F,s'}) = \alpha 2K_F - \alpha(s + s')\omega_Z/v_F$, s'il s'agit d'une paire electron-trou. Dans le cas Cooper, ceci donne lieu à une phase supraconductrice inhomogène alors que dans le cas Peierls, il s'agit de la superposition de deux ondes de densité, chacune décrivant la propagation d'une paire électron-trou de même spin. Ce déphasage par le champ magnétique provient de la différence de population entre les charges de spin \uparrow et celles de spin \downarrow .

Degrés de liberté de charge

Pour ce qui est de la partie charge, les comportements sont tout à fait similaires à ceux produits par la partie spin. Dans le cas où $g_3 = 0$, les

exposants sont données par $\theta_\rho = \tilde{g}_\rho/16$, $\gamma_\rho^M = (-1)^M \tilde{g}_\rho/2 - 2\theta_\rho$ et aucun effet transitoire n'est présent. Si $g_\rho < 0$, les phases dominantes sont de type ondes de densité de modulation $2k_F$ alors qu'elles sont supraconductrices et uniformes dans le cas inverse.

Pour $g_\rho > |g_3| \neq 0$, les phases divergentes ne peuvent qu'être supraconductrices et le comportement des exposants rejoint celui du point fixe de couplage faible

$$\theta_\rho = (\tilde{g}_\rho^2 - \tilde{g}_3^2)/16, \quad \gamma_\rho^M = (-1)^M \frac{\tilde{g}_\rho^*}{2} - 2\theta_\sigma.$$

Les termes transitoires sont alors donnés par

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_\rho(\ell) &= \exp \left\{ - \int_0^\ell \frac{3}{8} \tilde{g}_3 d\ell' \right\}, \\ \mathcal{D}_{\rho,\mu}^{M=0}(\ell) &= \exp \left\{ \int_0^\ell \left(\frac{\tilde{g}_\rho^*}{2} - \frac{\tilde{g}_\rho}{2} \right) d\ell' \right\}, \\ \mathcal{D}_{\rho,\mu}^{M=1,U=\pm 1}(\ell) &= \exp \left\{ \int_0^\ell \left(\frac{\tilde{g}_\rho^*}{2} - \frac{\tilde{g}_\rho}{2} - U\eta_\mu \tilde{g}_3 \right) d\ell' \right\} \end{aligned}$$

où $g_\rho^* = \sqrt{\tilde{g}_\rho^2 - \tilde{g}_3^2}$, $\eta_0 = 1$, $\eta_{1,2} = 0$ et $\eta_3 = -1$. La divergence des fonctions de réponse supraconductrices est donc affaiblie par g_3 et est naturellement améliorée à partir de $\ell > \ell_U$. Les exposants deviennent alors

$$\theta_\rho(\ell > \ell_U) = \frac{\tilde{g}_\rho^2(\ell_U)}{16} \quad \gamma_\rho^0(\ell > \ell_U) = (-1)^M \frac{\tilde{g}_\rho(\ell_U)}{2} - 2\theta_\sigma(\ell_U)$$

où $\tilde{g}_\rho^2(\ell_U) = 4\sqrt{\theta_\rho} + \tilde{g}_3^2(\ell_U)$.

En couplage fort, $g_\rho < |g_3|$, la contribution des degrés de liberté de charges apportent l'exposant $\theta_\rho^* = 3/4$ à l'énergie propre, tandis que l'exposant $\gamma_{\rho,\mu}^{M,U}$ est donnée par

$$\begin{aligned} \gamma_{\rho,\mu=0,1,2,3}^{M=0} &= \gamma_{\rho,0}^{M=1,U=1} = \gamma_{\rho,1,2,3}^{M=1,U=-1} = -5/2 \\ \gamma_{\rho,1,2,3}^{M=1,U=1} &= \gamma_{\rho,0}^{M=1,U=-1} = 3/2 \end{aligned}$$

pour $g_3 > 0$ et par

$$\gamma_{\rho,\mu=0,1,2,3}^{M=0} = \gamma_{\rho,1,2,3}^{M=1,U=1} = \gamma_{\rho,0}^{M=1,U=-1} = -5/2$$

$$\gamma_{\rho,0}^{M=1,U=1} = \gamma_{\rho,1,2,3}^{M=1,U=-1} = 3/2 .$$

pour $g_3 < 0$. Les phases divergentes sont des ondes de densité accrochées au réseau sousjacent. Dans le premier cas ($\tilde{g}_3 > 0$), il s'agit soit d'une onde de densité de charges sur les liens (ODC⁻) ou une onde de densité de spins sur les sites (ODS⁺). Dans le second cas ($g_3 < 0$), il s'agit soit d'une onde de densité de charges sur les sites (ODC⁺) ou de spins sur les liens (ODS⁻). De façon analogue à l'effet Zeeman, la déviation au demi remplissage $4\delta\mu$ doit être suffisamment grand pour vaincre le pseudo-gap. La modulation de l'onde de densité est alors modifiée et celle-ci n'est plus accrochée au réseau.^[30]

Tableau 5: Exposants des fonctions de réponse reliées aux degrés de liberté de charge.

	$\gamma_{\rho,\mu}^{M,U}$	phases
$g_3 = 0$	$\frac{\tilde{g}_\rho}{2} - 2\theta_\rho$	SS, ST-XYZ
	$-\frac{\tilde{g}_\rho}{2} - 2\theta_\rho$	ODC, ODS-XYZ
$g_\rho > g_3 $	$2(\sqrt{\theta_\rho} - \theta_\rho)$	SS, ST-XYZ
$g_3 > 0$	$-2(\sqrt{\theta_\rho} - \theta_\rho)$	ODC ⁻ =ODS-XYZ ⁺ > ODC ⁺ =ODS-XYZ ⁻
$g_3 < 0$	$-2(\sqrt{\theta_\rho} - \theta_\rho)$	ODC ⁻ =ODS-XYZ ⁺ > ODC ⁺ =ODS-XYZ ⁻
$g_\rho < g_3 $	$-5/2$	SS, ST-XYZ
$g_3 > 0$	$3/2$	ODC ⁻ , ODS-XYZ ⁺
	$-5/2$	ODC ⁺ , ODS-XYZ ⁻
$g_3 < 0$	$3/2$	ODC ⁺ , ODS-XYZ ⁻
	$-5/2$	ODC ⁻ , ODS-XYZ ⁺

3.3 Les diagrammes de phases

Aux figures 26 ($g_{1,\perp} = g_3 = 0$), 27 ($g_{1,\perp} \neq 0, g_3 = 0$) et 28 ($g_{1,\perp} \neq 0, g_3 \neq 0$) nous présentons les diagrammes de phases (g_σ, g_ρ) tirés des résultats précédents. Il faut remarquer qu'aux figures 27 et 28 la ligne $|g_{1,\perp}|$ qui sépare les phases $\mu = 1, 2$ et les phases $\mu = 0, 3$, ainsi que la ligne $|g_3|$ de la figure 28 qui sépare les phases supraconductrices des phases ondes de densité. L'information contenue dans ces figures est particulièrement condensée. Pour en faciliter l'interprétation, le lecteur devrait se familiariser avec le tableau 6.

Dans ce tableau, ODC et SS désignent respectivement l'onde densité de charge et la phase supraconductrice singulet, alors que ODS-XYZ et ST-XYZ représentent les trois orientations de l'onde de densité spin et les trois orientations de la phase supra-triplet. L'indice + ou - des OD signifie une onde de densité respectivement de site ou de lien. Cet indice est fixé pour le cas où $g_3 > 0$. Il faut prendre le cas inverse si $g_3 < 0$. Enfin pour le cas où $g_3 = 0$, l'OD n'est accroché ni aux sites ni aux liens. D'autre part, le signe de $g_{1,\perp}$ n'a pas d'influence sur les phases $\mu = 1, 2$.

Tableau 6: Table de correspondance pour les diagrammes de phase.

Chiffre romain	(M, μ)	phases	$g_{1,\perp}$
I	$(0, 1), (0, 2)$	ST-XY	
II	$(1, 1), (1, 2)$	ODS-XY ⁺	
III	$(1, 0)$	ODC ⁻	$< 0,$
III	$(1, 0), (1, 3)$	ODC ⁻ , ODS-Z ⁺	$= 0,$
III	$(1, 3)$	ODS-Z ⁺	$> 0,$
IV	$(0, 0)$	SS	< 0
IV	$(0, 0), (0, 3)$	SS, ST-Z	$= 0,$
IV	$(0, 3)$	ST-Z	$> 0,$

La figure 26 correspond au diagramme de phase du modèle de Luttinger pure. Il se caractérise par un haut degré de dégénérescence, notamment celle entre les phases ODC et ODS-Z et celle entre les phases SS et ST-Z. Il se caractérise aussi par l'insensibilité à l'effet Zeeman au niveau de remplissage.

Un modèle correspondant à la figure 27 ne sera sensible qu'à l'effet Zeeman. L'action du champ sur les degrés de liberté de spin déplace progressivement la ligne représentant $g_{1,\perp}$ vers de l'axe $g_\sigma = 0$. Dans cette partie du diagramme, les phases $\mu = 0, 3$ sont alors remplacées par les phases $\mu = 1, 2$.

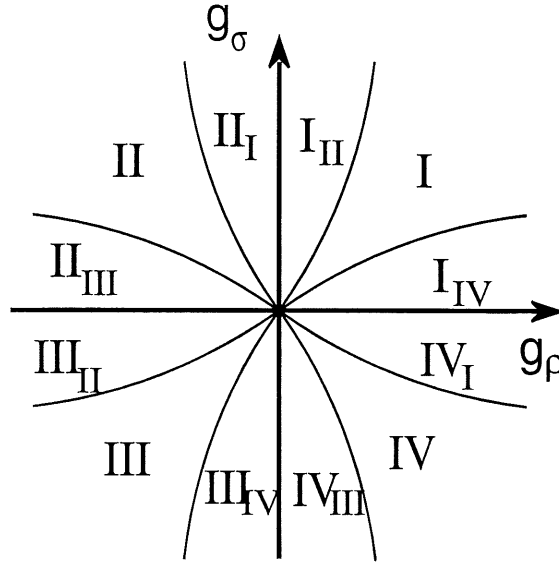


Figure 26: Diagrammes de phases (g_σ, g_ρ) pour $g_{1,\perp} = g_3 = 0$. Les phases I, II correspondent respectivement à ST-XYZ et ODS-XY, alors III correspond aux phases ODC et ODS-Z et enfin IV identifie SS et ST-Z. Les régions numérotées avec indice comprennent deux phases divergentes, la moins divergente des deux est indiquée par l'indice.

L'effet Zeeman se manifeste sur un modèle décrit par la figure 27 de la même manière que pour un modèle décrit par la figure 26. De plus, puisque

cette fois $g_3 \neq 0$, ce modèle sera aussi sensible au niveau de remplissage. L'écart au demi-remplissage aura pour effet de déplacer la ligne de g_3 vers l'axe $g_\rho = 0$. Les phases OD seront alors progressivement remplacées par des phases supraconductrices.

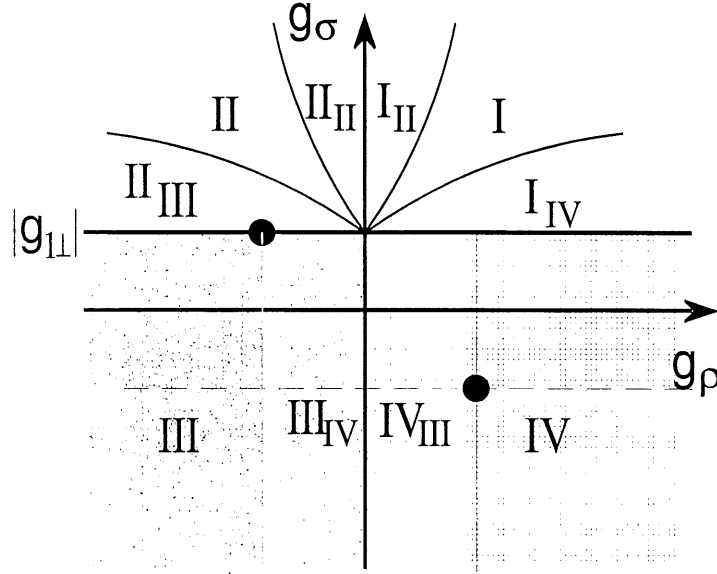


Figure 27: Diagrammes de phases (g_σ, g_ρ) pour $g_{1,\perp} \neq 0$, $g_3 = 0$. Les chiffres romains ont la même signification que la figure précédente, à l'exception que la dégénérescence des phases ODC et ODS-Z est levée ainsi que celles des phases SS et ST-Z. III et IV identifie respectivement ODC et SS si $g_{1,\perp} < 0$ ou ODS-Z et ST-Z si $g_{1,\perp} > 0$.

3.3.1 Exemples de quelques modèles

Parmi les autres modèles fermioniques unidimensionnels couramment utilisés, on retrouve celui où l'interaction est indépendante du spin, le modèle de Hubbard et le modèle de Hubbard étendu. Le diagramme de phase de chacun de ces modèles sont des cas particuliers de ceux présentés à la figure 27 ($g_3 = 0$) et à la figure 28 ($g_3 \neq 0$).

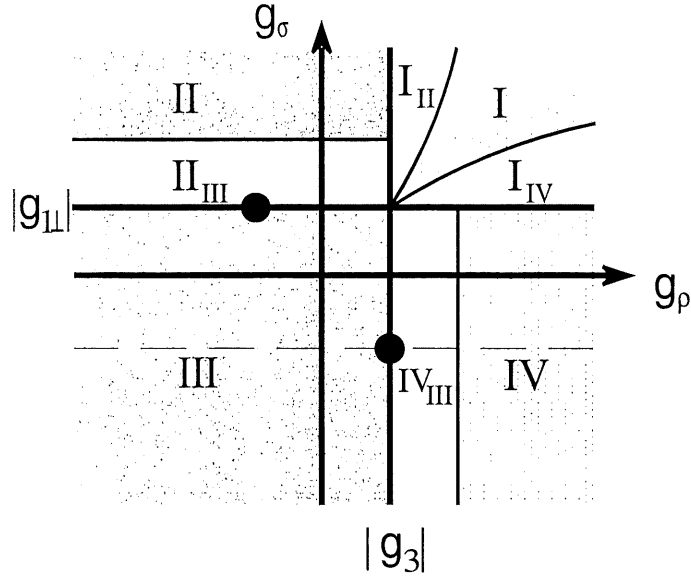


Figure 28: Diagrammes de phases (g_σ, g_ρ) pour $g_{1,\perp} \neq 0$, $g_3 \neq 0$. Une nouvelle dégénérescence est levée, celle entre les ondes de densité de site et de lien. II identifie ODS-XY $^\pm$ et III identifie ODC $^\mp$ ($g_{1,\perp} < 0$) ou ODS-Z $^\pm$ ($g_{1,\perp} > 0$) selon que $\pm g_3 > 0$.

Tout d'abord, pour le modèle d'interaction indépendante du spin, nous avons que $g_{i,\perp} = g_{i,\parallel} \rightarrow g_i$, d'où $g_\sigma = g_1$ et $g_\rho = g_1 - 2g_2$. Son diagramme de phase sur les figures est donc donné par la ligne $g_\sigma = g_{1,\perp}$ si $g_1 > 0$ et par la ligne découpée lorsque $g_1 < 0$. Dans le premier cas, les phases ODS-XYZ (ST-XYZ) sont dégénérées et divergent lorsque $g_\rho < 0$ ($g_\rho > 0$). Dans le second cas, c'est la phase ODC (SS) qui diverge.

Le modèle de Hubbard pure correspond à $g_{1,\parallel} = 0$ et $g_{i,\perp} = g_\sigma = -g_\rho = U$. Son diagramme de phase se résume au deux points dessinés sur les figures 27 ($g_3 = 0$) et 28 ($g_3 = U$). L'axe $|g_3|$ doit être toutefois déplacé vers la gauche si la condition de demi-remplissage n'est pas vérifiée exactement. D'un autre côté,

la version étendue (U, V) du modèle de Hubbard est décrit en g-ologie par

$$g_{1,\parallel} = 2V \cos(2k_F a)$$

$$g_{2,\parallel} = 2V$$

$$g_{2,\perp} = U + 2V$$

$$g_{1,\perp} = g_3 = U + 2V \cos(2k_F a) = g_\sigma$$

d'où $-g_\rho = U + 4V - 2V \cos(k_F a) = g_\sigma - 8V \sin^2(k_F a)$. Son diagramme de phase sera donc le même que celui du modèle d'interaction indépendante du spin. Ainsi, le modèle de Hubbard, étendu ou non, aboutit à des phases invariantes sous la rotation du spin même si ses interactions ne possèdent pas cette invariance.

Conclusion

D'après le chapitre 2, nous sommes parvenus à unifier les résultats du modèle standard et ceux de Yakovenko à l'intérieur d'un seul formalisme, celui du groupe de renormalisation quantique. D'une part, le modèle standard correspond à une théorie effective applicable à champ magnétique faible et modéré. D'autre part, le régime de champ fort possède qualitativement les mêmes caractéristiques que l'on retrouve dans le travail de Yakovenko. Toutefois, le groupe de renormalisation quantique prend mieux en compte les fluctuations sévissant aux échelles d'énergie élevée. Comparé au modèle standard et au résultat de Yakovenko, ceci a pour effet d'apporter des modifications sur la valeur des paramètres décrivant le comportement de la température critique.

Le comportement de T_c obtenue par ce formalisme présente une grande variété en fonction du champ. Ceci s'explique par le nombre élevé de mécanismes en compétition: échange interchaîne, emboîtement, déviation à l'emboîtement, unidimensionalisation en fonction du champ, effet Zeeman. Il faut toutefois indiquer que malgré toutes nos tentatives, nous ne sommes pas parvenue à réaliser la description détaillée des ODSIC. Ceci peut provenir de détails encore mal compris concernant l'application du formalisme ou encore qu'une modification doit être apportée au modèle. Concernant le premier point, quelques observations sont présentées dans les deux premiers annexes.

ANNEXE A

Groupe de renormalisation dans l'espace direct

Cette annexe propose une formulation du groupe de renormalisation quantique dans l'espace direct. La brisure de symétrie de translation induite par le champ magnétique n'a pas dans cette représentation un impact aussi déterminant que dans l'espace réciproque. Les fonctions exprimées dans l'espace réelle conservent leur propriété d'analyticité pour toutes les valeurs du champ magnétiques, en particulier dans la limite de champ nul.

Le modèle utilisé est celui d'un système Q-1D de fermions sans spin. On débute par une description de l'interaction. Par la suite, la fonction de partition de ce modèle est exprimée sous la forme d'une intégrale fonctionnelle dans l'espace-temps imaginaire. Enfin, la procédure de renormalisation dans l'espace direct est développée d'abord pour le système 1D puis pour un système Q-1D soumis à un champ magnétique.

A.1 La partie interactive du hamiltonien

Notons qu'il ne peut y avoir d'interaction sur un même site pour des fermions sans spin sur réseau. L'interaction la plus pertinente est donc celle au premier voisin. Pour un système unidimensionnel sur réseau, cette interaction prend la forme suivante :

$$V \sum_l \hat{\psi}_l^\dagger \hat{\psi}_{l+1}^\dagger \hat{\psi}_{l+1} \hat{\psi}_l \quad (A.1)$$

où $\hat{\psi}_l^{(\dagger)}$ est un opérateur d'annihilation (création) d'un fermion de la branche sur le site l . La transformation permettant de passer des opérateurs de site $\hat{\psi}_{2l}, \hat{\psi}_{2l+1}$ aux opérateurs $\hat{\psi}_{-,l}, \hat{\psi}_{+,l}$ est définie par^[60,61] (voir aussi l'annexe C)

$$\hat{\psi}_{2l} = \frac{e^{i\pi l}}{\sqrt{2}}(\hat{\psi}_{+,l} - \hat{\psi}_{-,l}), \quad \hat{\psi}_{2l+1} = \frac{e^{i\pi(l+1/2)a}}{\sqrt{2}}(\hat{\psi}_{-,l} + \hat{\psi}_{+,l}). \quad (A.2)$$

L'application de (A.2) sur (A.1) conduit aux trois termes suivants

$$V \sum_{l,\alpha=\pm} \left\{ 2\hat{\psi}_{\alpha,l}^\dagger \hat{\psi}_{-\alpha,l}^\dagger \hat{\psi}_{-\alpha,l} \hat{\psi}_{\alpha,l} + \hat{\psi}_{\alpha,l-1}^\dagger \hat{\psi}_{-\alpha,l}^\dagger \hat{\psi}_{-\alpha,l} \hat{\psi}_{\alpha,l-1} \right. \\ \left. + \hat{\psi}_{\alpha,l-1}^\dagger \hat{\psi}_{-\alpha,l}^\dagger \hat{\psi}_{-\alpha,l-1} \hat{\psi}_{\alpha,l} \right\} , \quad (A.3)$$

$$V \sum_{l,\alpha} \hat{\psi}_{\alpha,l}^\dagger \hat{\psi}_{\alpha,l-1}^\dagger \hat{\psi}_{\alpha,l-1} \hat{\psi}_{\alpha,l} \quad (A.4)$$

et

$$-V \sum_{l,\alpha} \hat{\psi}_{\alpha,l}^\dagger \hat{\psi}_{\alpha,l-1}^\dagger \hat{\psi}_{-\alpha,l-1} \hat{\psi}_{-\alpha,l} . \quad (A.5)$$

où la somme sur l doit se faire sur la moitié des sites. S'ajoute aussi un terme qui se ramène à $V \sum_{l,\alpha} \hat{\psi}_{\alpha,l}^\dagger \hat{\psi}_{\alpha,l}$ et contribue ainsi au potentiel chimique. D'autres termes ont trois opérateurs sur l'une des branches et un opérateur sur l'autre. Ces derniers termes sont négligeables sauf dans des conditions de remplissage extrême. En effet, la conservation du nombre d'onde impose à ces processus l'éloignement de l'une des particules de la surface de Fermi.

Selon la classification de "g-ologie", les trois expressions ci-dessus correspondent dans l'ordre à la diffusion vers l'avant de particules de branches différentes ($g_2 = 4V$), à la diffusion vers l'avant de particule de la même branche ($g_4 = 2V$) et à la diffusion Umklapp ($g_3 = V$). L'hypothèse habituellement prise dans le cas des fermions sans spin est que le terme de rétrodiffusion g_1 est indiscernable de la diffusion vers l'avant g_2 . Nous reviendrons sur ce point à la section A.4.1 a.

Les diagrammes et schémas décrivant ces interactions sont présentés à la figure 29. Pour les mêmes raisons qu'au chapitre 2, les processus g_1 , g_3 et g_4 sont écartés. Dans la limite du continuum le terme d'interaction pour notre système de fermions sans spin Q-1D s'écrit,

$$H_I = \frac{g_2}{2} \sum_{\alpha,j} \int dx \hat{\psi}_{\alpha,j}^\dagger(x) \hat{\psi}_{-\alpha,j}^\dagger(x) \hat{\psi}_{-\alpha,j}(x) \hat{\psi}_{\alpha,j}(x) \quad (A.6)$$

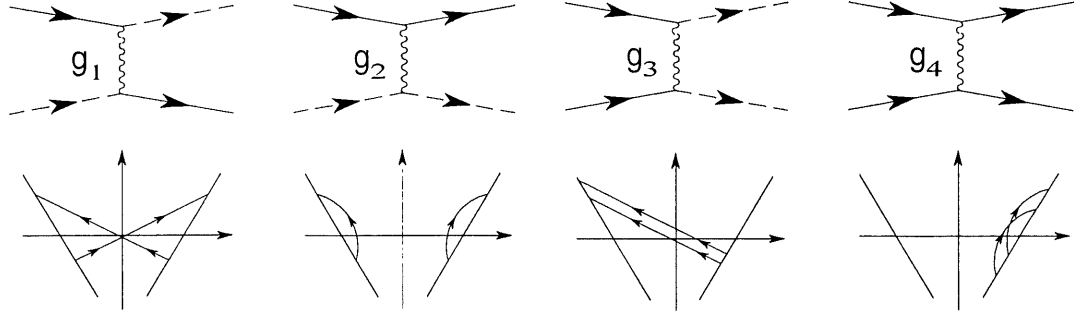


Figure 29: Représentation diagrammatique et schématique des interactions

où $\hat{\psi}_{\alpha,j}^{(\dagger)}(x)$ est un opérateur d'annihilation (de création) d'un fermion de la branche α situé en x sur la chaîne j .

L'effet combiné de la transformation (A.2) et de la limite du continuum conduit à une perte d'information sur une longueur de l'ordre du pas du réseau. Cela signifie que la vitesse de Fermi et l'interaction g_2 à introduire dans le modèle de bande linéarisée doivent être en fait des valeurs effectives à cette échelle de longueur plutôt que leurs valeurs nues établies pour le hamiltonien sur réseau.

A.2 L'intégrale fonctionnelle

À l'aide de la jauge $\mathbf{A}_1 = (0, Hx)$ et de la représentation $(\tilde{x}, k_y) = (\tau, x, k_y)$, la fonction de partition est décrite par

$$Z = \iint D\psi^* D\psi e^{S^0[\psi^*, \psi] + S_I[\psi^*, \psi^*, \psi, \psi] + S_h} \quad (A.7)$$

$$S^0[\psi^*, \psi] = \sum_{k_y} \int d\tilde{x} \psi_{\alpha}^*(\tilde{x}, k_y) G_{\alpha}^{-1}(\tilde{x}, k_y) \psi_{\alpha}(\tilde{x}, k_y), \quad (A.8)$$

$$S_I[\psi^*, \psi^*, \psi, \psi] = -\frac{g_2}{2} \sum_{\alpha,j} \int d\tilde{x} \psi_{\alpha,j}^{\dagger}(\tilde{x}) \psi_{-\alpha,j}^{\dagger}(\tilde{x}) \psi_{-\alpha,j}(\tilde{x}) \psi_{\alpha,j}(\tilde{x}), \quad (A.9)$$

et

$$S_h[\psi^*, \psi] = \sum_{M, \alpha, j} \int d\tilde{x} \ h^{M*}(\tilde{x}, j) \mathcal{O}^M(\tilde{x}, j) + c.h.$$

où les variables “ ψ ” représentent les champs de fermions et les opérateurs composites $\mathcal{O}^M(\tau, x, j)$ ($M = 0, 1$, sont donnés par

$$\mathcal{O}^0(\tilde{x}, j) = \psi_-(\tilde{x}, j) \psi_+(\tilde{x}, j) ,$$

$$\mathcal{O}^1(\tilde{x}, j) = \psi_-^*(\tilde{x}, j) \psi_+(\tilde{x}, j) .$$

Notons que les particules qui composent ces fluctuations ne sont en réalité qu'à proximités l'une de l'autre, c'est-à-dire sur une distance de l'ordre du pas du réseau. Enfin, la mesure de l'intégrale pour $\mathcal{M} \rightarrow \infty$ tranches de temps est donnée par

$$D\psi^* D\psi = \lim_{\mathcal{M} \rightarrow \infty} \prod_{i=1}^{\mathcal{M}} \prod_{x, k_y} d\psi_{\alpha}^*(i\Delta\tau, x, k_y) d\psi_{\alpha}(i\Delta\tau, x, k_y) .$$

Chacun des termes d'action, (A.8) et (A.9), comportent une intégration sur τ allant de 0 à β et une autre sur x sur toute la longueur des chaînes.

La partie libre de l'action comprend un opérateur défini par

$$G_{\alpha}^{-1}(\tilde{x}, k_y) = \left[G_{\alpha}^{1D}(\tilde{x}) \right]^{-1} + 2t_b \cos(k_y b - Qx) + 2t_{2b} \cos(2k_y b - 2Qx)$$

où

$$\left[G_{\alpha}^{1D}(\tilde{x}) \right]^{-1} = -\frac{\partial}{\partial \tau} - v_F \left(-i\alpha \frac{\partial}{\partial x} - k_F \right)$$

alors que son inverse $G_{\alpha}(\tilde{x}, \tilde{x}', k_y)$ est une fonction qui vérifie

$$G_{\alpha}^{-1}(\tilde{x}, k_y) G_{\alpha}(\tilde{x}, \tilde{x}', k_y) = \delta(\tau - \tau') \delta(\tilde{x} - \tilde{x}') .$$

Après la transformée de Fourier sur k_y , cette fonction se récrit

$$\boxed{G_{\alpha, \sigma}(\tilde{r}, \tilde{r}') = G_{\alpha, \sigma}^{1D}(\tilde{x}) \ I_{-N}(u_{\alpha}(\tilde{x}), v_{\alpha}(\tilde{x})) \ e^{-i(QX - \pi/2)N}} \quad (A.10)$$

où $\tilde{r} = (\tilde{X} + \tilde{x}/2, n + N)$, $\tilde{r}' = (\tilde{X} - \tilde{x}/2, n)$, n est un indice de chaîne et N la distance en unité de b du parcours interchaîne. Les fonctions $u_\alpha(\bar{x})$, $v_\alpha(\bar{x})$ et $I_N(u, v)$ sont respectivement

$$u_\alpha(\bar{x}) = \alpha \frac{4t_b}{\omega_H} \sin(Q\bar{x}/2) \quad , \quad v_\alpha(\bar{x}) = \alpha \frac{2t_{2b}}{\omega_H} \sin(Q\bar{x}) \quad (A.11)$$

et

$$I_N(u, v) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_{N-2l}(u_\alpha(\bar{x})) J_l(v_\alpha(\bar{x})) e^{-i\pi l/2} \quad . \quad (A.12)$$

Enfin, le propagateur à une dimension s'exprime de la manière suivante

$$G_\alpha^{1D}(\tilde{x}) = -\frac{i\alpha e^{i\alpha k_F \tilde{x}}}{2\pi \xi_T} \left[\frac{\theta(\tau)}{\sinh\left(\frac{\bar{x} + i\alpha v_F(\tau + \eta)}{\xi_T}\right)} + \frac{\theta(-\tau)}{\sinh\left(\frac{\bar{x} + i\alpha v_F(\tau - \eta)}{\xi_T}\right)} \right] \quad (A.13)$$

où η est un facteur de convergence nécessaire seulement lorsque $\tau = 0$. Pour ce qui suit, $G_\alpha^{1D}(\tilde{x})$ sera utilisée sous la forme de

$$G_\alpha^{1D}(\tilde{x}) = -\frac{i\alpha e^{i\alpha k_F \tilde{x}}}{2\pi \xi_T} \frac{1}{\sinh\left(\frac{\bar{x} + i\alpha v_F \tau}{\xi_T}\right)} \quad . \quad (A.14)$$

Notons que l'équation (A.10) vérifie

$$\lim_{\substack{\tau \rightarrow 0^- \\ \bar{x} \rightarrow 0, N=0}} \frac{G_\alpha(\tau, \bar{x}, N) + G_\alpha(\tau, -\bar{x}, N)}{2} = \frac{k_F}{2\pi}$$

ce qui correspond au nombre d'électrons par chaîne et par unité de longueur.

En terme des fréquences de Matsubara, les opérateurs composites $\mathcal{O}^M(\omega_m, x, j)$ s'écrivent

$$\mathcal{O}^0(\omega_m, x, j) = \sqrt{T} \sum_{\omega_n} \psi_-(\omega_n + \omega_m, x, j) \psi_+(\omega_n, x, j)$$

$$\mathcal{O}^1(\omega_m, x, j) = \sqrt{T} \sum_{\omega_n} \psi_-^*(\omega_n + \omega_m, x, j) \psi_+(\omega_n, x, j)$$

et on en tire que

$$\begin{aligned}\chi^M(\omega_m, x, x', j, j') &= -\frac{\delta^2 F(h, J)}{\delta h_\alpha^{M*}(\omega_m, x, j) \delta h_\alpha^M(\omega_m, x', j')} \\ &= -\langle \mathcal{O}^1(\omega_m, x, j) \mathcal{O}^{1*}(\omega_m, x', j') \rangle_c\end{aligned}$$

où $F(h, J) = \ln[Z(h, J)/Z(0)]$.

A.3 Analyse dimensionnelle et loi d'échelle à l'ordre zéro

Les quantités de l'action qui possèdent les unités de longueur (L) sont: $v_F \tau$, \bar{x} , ξ_T , $1/k_F$, $1/Q$, v_F/θ_b et v_F/t_{2b} . De plus, l'opérateur $G_\alpha^{-1}(\tilde{x}, k_y)$ et la fonction $G_\alpha(\tilde{x}, k_y)$ ont les unités inverses d'une longueur (L^{-1}). À partir de la fonction de Green ou par la définition des champs ψ (voir annexe C) on obtient que les ψ possèdent les unités de $L^{-1/2}$. Lorsque l'on reporte tout ceci dans l'action (A.8)-(A.9), on trouve que h^M possède les unités inverses d'une longueur alors que g_2 est sans unité et donc marginal.

Sous une contraction du temps et de la longueur longitudinale ($\tilde{x} \rightarrow \tilde{x}/\xi$, $\xi > 1$) appliquée au propagateur $G_\alpha^{-1}(\tilde{x}, k_y)$, nous observons que pour vérifier

$$G_\alpha^{-1}(\tilde{x}/\xi, k_y) = \xi G_\alpha^{-1}(\tilde{x}, k_y)$$

il faut redéfinir $\mathcal{C} = 1/\xi_T$, k_F , t_b , t_{2b} , Q et ω_H suivant,

$$\mathcal{C} \rightarrow \xi \mathcal{C} .$$

Ces paramètres (\mathcal{C}) constituent donc un ensemble de contraintes à l'invariance d'échelle.

Rappelons ici, l'effet de chacun de ces paramètres sur la cohérence électronique. Premièrement, k_F brise la transformation d'échelle sur x et k_x de la fonction de Green 1D mais pas la transformation d'échelle sur son énergie (voir section III de la référence 24). Ce paramètre signale que la cohérence

électronique présente une oscillation rapide le long des chaînes. Deuxièmement, $\beta = 1/\xi_T \neq 0$ indique que les effets de température limite l'étendu de la cohérence. Troisièmement, t_b et t_{2b} brisent le comportement 1D de la cohérence par l'apport d'une composante transverse au mouvement. En champ nul, ces deux paramètres induisent une décroissance de la cohérence longitudinale au profit de la cohérence transverse. De plus, ils introduisent des oscillations décroissantes avec la distance et se combinent aux oscillations apportées par k_F . Il est intéressant de noter que ces paramètres (k_F , t_b et t_{2b}) interviennent dans la description de la surface de Fermi et que c'est cette surface qui est à l'origine des oscillations apparaissant dans la cohérence. Enfin quatrièmement, un champ faible ou modéré ($Q \neq 0$) modifie les oscillations introduites par t_b et t_{2b} , et limite l'étalement transverse de la cohérence. À champ très fort, $\omega_H \gg \max(t_b, t_{2b})$, il y a un retour au régime 1D et seules les oscillations provenant de k_F subsistent.

Les oscillations que nous venons de mentionnés constituent des points délicats dans le développement qui va suivre. Le lecteur doit garder un oeil critique et considérer notre démarche suggestive. Nous l'aiderons dans sa lecture en indiquant les points sensibles du formalisme.

A.4 Renormalisation dans l'espace réel

L'intégration partielle dans l'espace réel des corrélations entre champs fermioniques est régularisée par une distance $\bar{x}_0(\ell) = x_0 e^\ell$ qui correspond à la *largeur des corrélations intégrées* à l'étape ℓ . À l'étape $\ell = 0$, $\bar{x}_0(0) = x_0$ est de l'ordre du pas du réseau. L'intégration partielle consiste alors à intégrer les corrélations sur les intervalles $[-\bar{x}_0(\ell + d\ell), -\bar{x}_0(\ell)]$ et $[\bar{x}_0(\ell), \bar{x}_0(\ell + d\ell)]$ où le signe (\pm) indique la direction reliant la source des corrélations et la sonde.

Au début de chaque étape ℓ , l'action $S[\psi]$ est séparée en deux parties, $S[\psi] \equiv S[\psi]_< + S[\psi, \bar{\psi}]$. Ici, $S[\psi, \bar{\psi}]$ est composée d'une partie libre, $S^o[\bar{\psi}]$, et une partie perturbative, $S_P[\psi, \bar{\psi}]$, qui contient l'interaction et les champs sources h^M ,

$$S[\psi, \bar{\psi}] = S^o[\bar{\psi}] + S_P[\psi, \bar{\psi}] \quad (\text{A.15})$$

et

$$S_P[\psi, \bar{\psi}] \equiv S_I[\psi, \bar{\psi}] + S_h[\psi, \bar{\psi}] . \quad (A.16)$$

Comme au chapitre 2, les directions longitudinale, transverses et temporelle sont traitées de manière différente. Les distances dans la direction longitudinale sont intégrées par couches successives alors que les directions transverse et temporelle sont intégrées complètement à chaque itération.

La plupart des résultats présentés dans ce chapitre ont aussi été dérivés dans la représentation $(i\omega_n, x, j)$. Cependant, cette représentation conduit à des calculs fastidieux et une présentation plus laborieuse que la représentation (τ, x, j) . Il s'avère en fait que c'est cette dernière qui la plus naturelle dans l'espace direct.

A.4.1 Contributions purement unidimensionnelles

Les contributions à l'interaction et à l'énergie propre sont calculées à partir de $\frac{1}{n!} \langle (S_I)^n \rangle_{\bar{o}, c}$ par la décomposition de S_I suivant $S_{I,2} + S_{I,3} + S_{I,4}$, où $S_{I,n}$ contient $n\bar{\psi}$ impliqués dans l'intégration partielle. Ces contributions sont présentées jusqu'au deuxième ordre. La correction au premier ordre de l'énergie propre est la seule qui est évaluée sur réseau en représentation $(i\omega_n, la = x)$. Tous les autres calculs sont faits dans le continuum, en représentation (τ, x) et en utilisant la fonction de Green (A.14).

A.4.1 a: Correction du premier ordre à l'énergie propre

Cette contribution provient de $\langle S_{I,2} \rangle_{\bar{o}, c}$. Il apparaît qu'à cet ordre les résultats sont sensibles aux détails de l'interaction. En effet, nous avons à comptabiliser les corrélations produites par l'interaction sur une distance de l'ordre du pas du réseau. C'est justement à cette échelle de longueur que la transformation (A.2) perd sa fiabilité. On s'en convainc en observant que le hamiltonien transformé ne possède pas le pas du réseau initial et surtout qu'il contient des termes d'interactions locales alors que ceci était interdit dans le

modèle initial. Nous utilisons donc la version sur réseau de ce modèle pour le calcul de l'énergie propre au premier ordre de perturbation.

Le terme de Fock nous donne (figure 30),

$$-VT \sum_{\substack{i\omega_n, i\omega'_n \\ l, j, \eta = \pm 1}} \psi_{l,j}^*(i\omega_n) \psi_{l+\eta, j}(i\omega_n) \langle \psi_{l,j}(i\omega'_n) \psi_{l+\eta, j}^*(i\omega'_n) \rangle_{\bar{0}, c}$$

où l et j sont respectivement des indices de site et de chaîne. En passant, notons que l'on peut faire une correspondance entre cette contribution et celle des termes de Fock du modèle linéarisé construit à partir des processus g_4 et g_1 . Le fait que g_1 peut apparaître dans une contribution de Fock alors que g_2 ne le peut pas, démontre qu'il y a une différence entre ces deux mécanismes, du moins à courte distance.

À très haute température, $\xi_T \sim a$, l'expression ci-dessus est négligeable. Elle est évaluée, comme tous les autres qui vont suivre, dans l'hypothèse où la longueur de de Broglie, ξ_T , est très grande devant le pas du réseau,

$$-T \lim_{\tau \rightarrow 0^\pm} \sum_{i\omega'_n} e^{i\omega_n \tau} \langle \psi_{l,j}(i\omega'_n) \psi_{l+\eta, j}^*(i\omega'_n) \rangle_{\bar{0}, c} = \frac{1}{\pi} \sin(k_F a) .$$

Cette expression n'est valide que pour $\eta = \pm 1$. L'indice η joue un rôle similaire à celui de la variable \bar{x} utilisée dans les prochains calculs. L'addition de ce terme à la partie 1D de l'action libre transforme cette dernière de la manière suivante:

$$S_{1D} = \sum_{\substack{i\omega_n, l, j \\ \eta = \pm 1}} \left(i\omega_n + t_a + \frac{V}{\pi} \sin(k_F a) \right) \psi_{l,j}^*(i\omega_n) \psi_{l+\eta, j}(i\omega_n) . \quad (A.17)$$

La contribution Hartree a été écartée car elle n'intervient que dans le potentiel chimique. Par contre, le terme Fock a pour effet de changer la vitesse des particules

$$v'_F = v_F \left(1 + \frac{2Va \sin^2(k_F a)}{\pi v_F} \right) \quad (A.18)$$

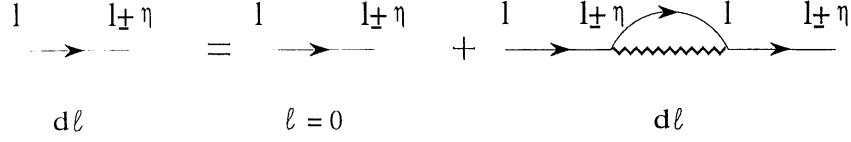


Figure 30: Renormalisation au premier ordre du propagateur par le terme Fock. l est un indice de site et $\eta = \pm 1$ un pas à gauche où à droite du site l .

où $v_F = 2t_a a \sin(k_F a)$. Il ici s'agit d'une contribution provenant des corrélations à très courte distance. Son évaluation est comptabilisée à l'étape $\ell \rightarrow 0^+$ et nous introduisons dans notre action effective des étapes subséquentes.

Pour les autres ordres de perturbation, nous travaillerons avec la version linéarisée de notre modèle et il nous sera possible d'utiliser la vitesse de Fermi que l'on vient de calculer en posant $V = g_2/4$. Cette façon de faire constitue une réponse à la remarque faite au dernier paragraphe de la section A.1. Mis-à-part le mécanisme Umklapp, les effets résiduels du réseau ne sont important que sous un remplissage extrême (*i.e.* bande pratique pleine ou vide).

A.4.1 b: Correction du premier ordre à l'interaction

La correction au premier ordre sur Γ_2 est obtenue de $\frac{1}{2} \langle S_{I,2}^2 \rangle_{\bar{o},c}$ (figure 31). La contribution provenant du canal Cooper s'écrit

$$(-g_2)^2 \int d\tilde{x}_1 d\tilde{x}_2 \psi_+^*(\tilde{x}_2) \psi_-^*(\tilde{x}_2) \langle \bar{\psi}_-(\tilde{x}_2) \bar{\psi}_+(\tilde{x}_2) \bar{\psi}_+^*(\tilde{x}_1) \bar{\psi}_-^*(\tilde{x}_1) \rangle_{\bar{o},c} \psi_-(\tilde{x}_1) \psi_+(\tilde{x}_1),$$

où nous avons tenu compte du fait que le facteur $1/2$ devant $\langle S_{I,2}^2 \rangle$ est compensé par le terme conjugué hermitique à celui présenté ci-dessus. L'intégration partielle des corrélations consiste alors à évaluer

$$S_I^0(d\ell) = (-g_2)^2 \int d\tilde{X} d\tilde{\tau} \int d\tilde{x} \bar{\chi}_C(\tilde{x}) \psi_+^*(\tilde{x}_2) \psi_-^*(\tilde{x}_2) \psi_-(\tilde{x}_1) \psi_+(\tilde{x}_1) \quad (\text{A.19})$$

où

$$\tilde{X} = (\tau, X) = \left(\frac{\tau_2 + \tau_1}{2}, \frac{x_2 + x_1}{2} \right) \quad (\text{A.20})$$

est la position dans l'espace-temps imaginaire du centre de la trajectoire de la paire et

$$\tilde{x} = (\bar{\tau}, \bar{x}) = (\tau_2 - \tau_1, x_2 - x_1) \quad (A.21)$$

est la distance parcourue. Enfin, $\bar{\chi}_C(\tilde{x})$ est donnée par

$$\bar{\chi}_C(\tilde{x}) = G_+(\tilde{x})G_-(\tilde{x}) = \frac{1}{(2\pi\xi_T)^2} \frac{1}{\sinh\left(\frac{\bar{x} + iv_F\bar{\tau}}{\xi_T}\right) \sinh\left(\frac{\bar{x} - iv_F\bar{\tau}}{\xi_T}\right)} \quad (A.22)$$

où nous avons utilisé (A.14) et où les domaines d'intégration sont $X \in [0, L]$, $\bar{x} \in [-L, L]$, $\tau \in [0, \beta]$ et $\bar{\tau} \in [-\beta, \beta]$. Une simple identité des fonctions hyperboliques permet de récrire

$$\bar{\chi}_C(\tilde{x}) = \frac{1}{2\pi^2\xi_T^2} \frac{1}{\cosh(2\bar{x}/\xi_T) - \cos(2v_F\bar{\tau}/\xi_T)} \quad (A.23)$$

D'autre part, la fonction $\bar{\chi}_C(i\omega_m, \bar{x})$ vérifiant $\bar{\chi}_C(\tilde{x}) = \sum_{i\omega_m} \bar{\chi}_C(i\omega_m, \bar{x}) e^{-i\omega_m\bar{\tau}}$,

$$\bar{\chi}_C(i\omega_m, \bar{x}) = \frac{1}{2\pi v_F \xi_T} \frac{e^{-|\omega_m \bar{x}|}}{\sinh(2|\bar{x}|/\xi_T)} \quad (A.24)$$

s'obtient à partir de

$$\bar{\chi}_C(i\omega_m, \bar{x}) = \frac{1}{2} \int_{-\beta}^{\beta} \bar{\chi}_C(\tilde{x}) e^{i\omega_m \bar{\tau}} d\bar{\tau}$$

suivi d'un calcul des résidus de l'intégrale de contour définie par $Z = e^{iv_F\tau}$ et possédant une coupure le long de $Z = 0$ à $Z = -1$. On peut aussi l'obtenir à partir de

$$\chi_C(i\omega_m, \bar{x}) = \sum_{i\omega_n} G_+^{1D}(i\omega_n, \bar{x}) G_-^{1D}(-i\omega_n - \omega_m, \bar{x})$$

et suivre la procédure donnée à l'annexe I.

Des expressions précédentes permettent d'obtenir les limites statique et instantanée de la fonction de corrélation Cooper,

$$\bar{\chi}_C(i\omega_m = 0, \bar{x}) \approx \frac{1}{4\pi v_F |\bar{x}|} \quad \text{et} \quad \bar{\chi}_C(\tau = 0, \bar{x}) = \frac{1}{4\pi^2 |\bar{x}|^2}. \quad (A.25)$$

Remarquons que $\bar{\chi}_C(i\omega_m, \bar{x})$ présente une décroissance rapide à partir de $\omega_m \bar{x} / v_F = 2m\bar{x} / \xi_T \sim 1$. Il existe donc une coupure aux fréquences de Matsubara

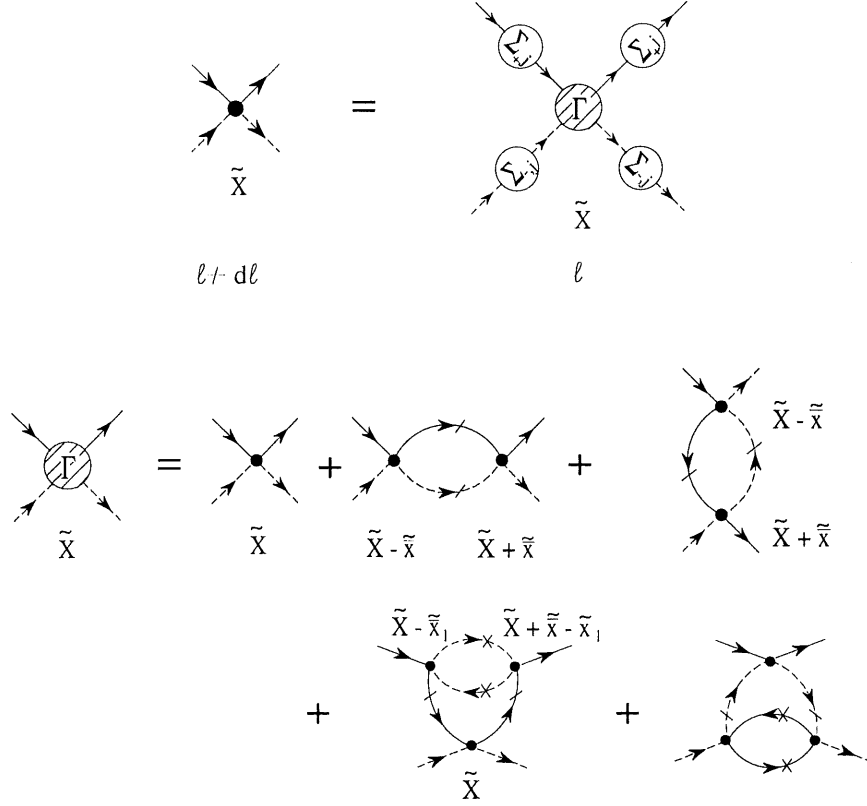


Figure 31: Diagrammes représentant la renormalisation de l'interaction à une dimension. La correction totale comprend une contribution du point du vertex ainsi que celle de l'énergie propre des propagateurs. La correction du point de vertex est représentée jusqu'au deuxième ordre.

bosonique, déterminée par le mode de fluctuation thermique m possédant une longueur d'onde ξ_T/m plus petite que \bar{x} . Ceci confirme que l'aspect dynamique du système disparaît aux grandes distances devant ξ_T .

Dans la limite $\bar{x} \ll \xi_T$, cette dernière prend la forme de

$$\bar{\chi}_C(\tilde{x}) \simeq \frac{1}{4\pi^2} \frac{1}{|\tilde{x}|} \left[\frac{|\tilde{x}|}{\tilde{x}^2 + \xi_T^2 \sin^2(v_F \bar{\tau}/\xi_T)} \right]. \quad (\text{A.26})$$

Le terme entre crochet se ramène à une lorentzienne de largeur caractéristique $|\tilde{x}|$ et de surface π/v_F . Si l'on suppose que $\bar{x} \rightarrow 0$ comparé à la fois à ξ_T et

au domaine des valeurs de $v_F \tau$, ce terme devient:

$$\pi \delta(\xi_T \sin(v_F \bar{\tau} / \xi_T)) = \frac{\pi}{v_F} \delta(\tau)$$

où nous avons exclu les contributions provenant de β et de $-\beta$. Nous proposons donc que

$$\bar{\chi}_C(\bar{\tau}, \bar{x} \ll \xi_T) \simeq \frac{1}{4\pi v_F} \frac{\delta(\bar{\tau})}{|\bar{x}|} \quad (A.27)$$

tout en gardant à l'esprit que $\delta(\bar{\tau})$ ne doit pas être pris dans le sens strict, mais qu'il indique plutôt que les contributions importantes à $\bar{\chi}_C(\bar{\tau}, \bar{x} \ll \xi_T)$ proviennent de l'intervalle $v_F \bar{\tau} \in [-|\bar{x}|, |\bar{x}|]$ considéré petit devant $v_F \beta$.

L'approximation faite en (A.27) revient à dire que $\bar{\chi}_C(i\omega_m, \bar{x})$ est indépendant de ω_m tant que $\bar{x} \ll \xi_T$. Elle traduit le fait que l'interaction renormalisée construite par les corrélations à courte distance paraît instantanée par rapport à l'échelle de temps des fluctuations thermiques. Le fait que ω_m forme un produit avec la variable d'échelle $\bar{x}(\ell)$ dans (A.24) montre que la prise en compte de la dépendance en fréquence dans $\bar{\chi}_C(i\omega_m, \bar{x})$ conduit à des corrections sur la loi d'échelle.

Reportons (A.27) dans (A.19). L'intégration totale sur $\bar{\tau}$ et celle sur $\bar{x} \in \{[-\bar{x}_0(\ell + d\ell), -\bar{x}_0(\ell)] \cap [\bar{x}_0(\ell), \bar{x}_0(\ell + d\ell)]\}$ permettent d'obtenir que

$$S_I^0(d\ell) = \frac{g_2^2 d\ell}{4\pi v_F} \int dX d\tau \left\{ \psi_+^*(\tau, X_+) \psi_-^*(\tau, X_+) \psi_-(\tau, X_-) \psi_+(\tau, X_-) \right. \\ \left. + (\bar{x}_0(\ell) \rightarrow -\bar{x}_0(\ell)) \right\} . \quad (A.28)$$

où $X_+ = X + \frac{\bar{x}_0(\ell)}{2}$ et $X_- = X - \frac{\bar{x}_0(\ell)}{2}$. À l'aide des fréquences de Matsubara, nous avons

$$S_I^0(d\ell) = \frac{g_2^2 d\ell}{4\pi v_F} T \sum_{\{\omega\}} \int dX \left\{ \psi_+^*(i\omega_{n_1} + i\omega_m, X_+) \psi_-^*(i\omega_{n_2} - i\omega_m, X_+) \right. \\ \left. \times \psi_-(i\omega_{n_2}, X_-) \psi_+(i\omega_{n_1}, X_-) + (\bar{x} \rightarrow -\bar{x}) \right\} .$$

Ce résultat s'obtient aussi en exprimant (A.19) en fréquences de Matsubara et en supposant que $\bar{\chi}_C(i\omega_m, \bar{x})$ est indépendant de ω_m .

La contribution du canal Peierls s'évalue à partir de

$$(-g_2)^2 \int d\tilde{x}_1 d\tilde{x}_2 \langle \psi_+^*(\tilde{x}_2) \bar{\psi}_-^*(\tilde{x}_2) \psi_-(\tilde{x}_2) \bar{\psi}_+(\tilde{x}_2) \bar{\psi}_+^*(\tilde{x}_1) \psi_-^*(\tilde{x}_1) \bar{\psi}_-(\tilde{x}_1) \psi_+(\tilde{x}_1) \rangle_{\bar{o},c} .$$

L'intégration partielle consiste ici à calculer

$$S_I^1(d\ell) = (-g_2)^2 \int d\tilde{X} d\tilde{\tau} \int d\tilde{x} \bar{\chi}_P(\tilde{x}) \psi_+^*(\tilde{X}_+) \psi_-^*(\tilde{X}_-) \psi_-(\tilde{X}_+) \psi_+(\tilde{X}_-) \quad (A.29)$$

où

$$\bar{\chi}_P(\tilde{x}) = G_+(\tilde{x}) G_-(-\tilde{x}) = -\bar{\chi}_C(\tilde{x}) e^{i2k_F \tilde{x}} \quad (A.30)$$

et où nous avons utilisé

$$G_\alpha(-\tilde{x}) = -G_\alpha(\tilde{x}) e^{i\alpha 2k_F \tilde{x}} \quad (A.31)$$

qui exprime la propriété d'emboîtement de la bande unidimensionnelle. La fonction de corrélation Peierls se ramène donc à

$$\bar{\chi}_P(\tilde{x}) \simeq -\frac{\delta(\tilde{\tau})}{4\pi v_F} \frac{1}{|\tilde{x}|} \quad (A.32)$$

et (A.29) devient après intégration complète sur $\tilde{\tau}$ et partielle sur \tilde{x}

$$S_I^1(d\ell) = -\frac{g_2^2}{4\pi v_F} d\ell \int dX d\tau \left\{ \psi_+^*(\tau, X_+) \psi_-^*(\tau, X_-) \psi_-(\tau, X_+) \psi_+(\tau, X_-) \right. \\ \left. + (\bar{x}_0(\ell) \rightarrow -\bar{x}_0(\ell)) \right\} . \quad (A.33)$$

où nous avons généralisé $G_\alpha(\tau = 0, -\bar{x}_0(\ell)) = -G_\alpha(0, \bar{x}_0(\ell)) e^{i\alpha 2k_F \bar{x}_0(\ell)}$ au produit d'opérateurs $\psi_-^*(\tau, X_-) \psi_-(\tau, X_+) = -\psi_-^*(\tau, X_+) \psi_-(\tau, X_-) e^{i2k_F \bar{x}_0(\ell)}$. Signalons que l'usage de cette propriété est le premier point rencontré dans le formalisme où le lecteur doit développer sa propre opinion. Il s'agit ici du traitement des oscillations rapides provenant de k_F mentionnées à la fin de la section (A.3).[†]

Nous avons maintenant besoin d'une hypothèse essentielle à l'obtention des équations de récurrence de l'interaction. Pour l'introduire, résumons d'abord ce

[†] Un autre raisonnement permet d'éliminer k_F du problème. Il s'agit d'admettre que $d\ell$ n'est pas infinitésimale et qu'en fait $\bar{x}_0(\ell + d\ell) - \bar{x}_0(\ell)$ est toujours un multiple de $2\pi/k_F$.

qui vient d'être fait. Nous venons d'intégrer au premier ordre les corrélations d'étendues $\bar{x}_0(\ell)$ à $\bar{x}_0(\ell + d\ell)$ pour en faire de nouveaux termes d'interaction. La résolution du système est donc passée à $\bar{x}_0(\ell + d\ell)$. Observons maintenant que ces termes d'interactions mettent en jeu quatre champs ψ répartis sur une distance $\bar{x}_0(\ell + d\ell)/2$ de part et d'autre de leur position moyenne X . Du point de vue des échelles de distance non-intégrées, la répartition de ces opérateurs est en deçà de la résolution de l'étape $\ell + d\ell$. Notre hypothèse est que l'interaction générée au point X demeure locale lorsque l'on tient compte de la résolution du système à chaque étape.

Suivant ce qui vient d'être dit, la contributions Cooper se récrit

$$S_I^0(d\ell) = \frac{g_2^2}{2\pi v_F} d\ell \int d\tilde{X} \psi_+^*(\tilde{X}) \psi_-^*(\tilde{X}) \psi_-(\tilde{X}) \psi_+(\tilde{X}) . \quad (A.34)$$

alors que $S_I^1(d\ell) = -S_I^0(d\ell)$ d'où $S_I(\ell + d\ell) = S_I(\ell)$. Naturellement, l'annulation des contributions Peierls et Cooper conduit à un résultat trivial puisque la partie unidimensionnelle de l'action de notre modèle est déjà un point fixe. C'est-à-dire que $g_2(\ell + d\ell) = z_2(d\ell)g_2(\ell)$ où $z_2(d\ell) = 1 + \tilde{g}_2^2 d\ell (K_{1D}^0(\ell) - K_{1D}^1(d\ell))$, $\tilde{g} = g_2/2\pi v_F$ et

$$K_{1D}^M(d\ell) = \begin{cases} 1 & \text{pour } \bar{x} \ll \xi_T \\ 0 & \text{autrement} . \end{cases}$$

Nous avons évoqué au début de cette annexe que les corrélations à courte distance Peierls et Cooper ne se compensent pas exactement pour une bande non demi-remplie. Nous présentons ici notre explication de cet état de fait. On sait d'une part que la symétrie sous inversion du temps des bulles Cooper est pratiquement toujours conservée. Au contraire, la propriété d'emboîtement n'est pas vérifiée exactement pour une bande non-linéaire. En effet, il est facile de vérifier pour une bande cosinus 1D que

$$G(i\omega_n, k - 2k_F) = \frac{1}{i\omega_n - \epsilon(k - 2k_F)} \neq \frac{1}{i\omega_n + \epsilon(k)}$$

sauf si $k_F = \pi/2a$. Ainsi, les propriétés $G(i\omega_n, k - 2k_F) = -G(-i\omega_n, k)$ et $G(-\bar{\tau}, -\bar{x}) = G(\bar{\tau}, \bar{x})e^{i2k_F\bar{x}}$ où

$$G(\bar{\tau}, \bar{x}) = \frac{1}{2\pi} T \sum_{\omega_n} \int dk e^{i(k\bar{x} - \omega_n \bar{\tau})} G(i\omega_n, k)$$

ne sont pas vérifiées en général. La condition nécessaire pour qu'elles le soient est que $\cos(ka - 2k_F a) \simeq -\cos(ka)$. c'est-à-dire que l'on soit suffisamment près du demi remplissage. Cette perte de la propriété d'emboîtement de la bande non-linéaire affaiblit les corrélations Peierls devant les corrélations Cooper. Il n'y a donc plus de compensation totale entre les deux canaux et g_2 n'est plus un invariant. Dans la pratique, ces considérations conduisent à des corrections de l'ordre de $\ln(n)$ où n est le niveau de remplissage par rapport à la bande demi remplie.

A.4.1c Correction au second ordre du propagateur

La correction au deuxième ordre de l'énergie propre $\frac{1}{2} \langle S_{I,3}^2 \rangle_{\bar{o},c}$ (voir la figure 32) conduit à l'équation suivante:

$$\begin{aligned} & \int d\tilde{X} d\tilde{\tau} \int d\tilde{x} \psi_{\alpha}^*(\tilde{X} + \tilde{x}/2) \mathbb{Y}_{\alpha}(\tilde{x}) \psi_{\alpha}(\tilde{X} - \tilde{x}/2) \\ &= \frac{g_2^2}{2} \int d\tilde{X} d\tilde{\tau} \int d\tilde{x} \bar{\chi}_C(\tilde{x}) G_{-\alpha}(-\tilde{x}) \psi_{\alpha}^*(\tilde{X} + \tilde{x}/2) \psi_{\alpha}(\tilde{X} - \tilde{x}/2) . \end{aligned} \quad (A.35)$$

Nous développons $\psi_{\alpha}(\tilde{X} - \tilde{x}/2)$ suivant l'hypothèse que $|v_F \bar{\tau}|, |\bar{x}| \ll \xi_T$

$$\psi_{\alpha}(\tilde{X} - \tilde{x}/2) = \psi_{\alpha}(\tilde{X} + \tilde{x}/2) - \bar{\tau} \frac{\partial}{\partial \tau} \psi_{\alpha}(\tilde{X}) \Big|_{\tilde{X}=\tilde{X}+\tilde{x}/2} - \bar{x} \frac{\partial}{\partial X} \psi_{\alpha}(\tilde{X}) \Big|_{\tilde{X}=\tilde{X}+\tilde{x}/2} .$$

Les étapes suivantes du calculs sont reportées à l'annexe I. Le résultat final est assez simple

$$\int d\tilde{X} d\tilde{\tau} \int d\tilde{x} \psi_{\alpha}^*(\tilde{X}) \mathbb{Y}_{\alpha}(\tilde{x}) \psi_{\alpha}(\tilde{X} + \tilde{x}) = \frac{g_2^2}{16\pi v_F} \int d\tilde{X} \psi_{\alpha}^*(\tilde{X}) G_{\alpha}^{-1}(\tilde{X}) \psi_{\alpha}(\tilde{X})$$

où

$$G_{\alpha}^{-1}(\tilde{X}) = -\frac{\partial}{\partial \tau} - v_F \left(-i\alpha \frac{\partial}{\partial X} - k_F \right) .$$

En le reportant dans la partie libre de l'action, nous en déduisons que la fonction de Green $G_\alpha(\tilde{x})$ évolue sous renormalisation selon

$$G_\alpha^{-1}(\bar{\tau}, \bar{x}_0(\ell + d\ell)) = z(\ell) G_\alpha^{-1}(\bar{\tau}, \bar{x}_0(\ell)) \quad (A.36)$$

où

$$\frac{d \ln z(\ell)}{d\ell} = \frac{g_2^2}{16\pi v_F} = \frac{\tilde{g}_2^2}{4} \quad (A.37)$$

qui a pour solution

$$z(\ell) = e^{\theta \ell} \quad (A.38)$$

où $\theta = \tilde{g}_2^2/4$.

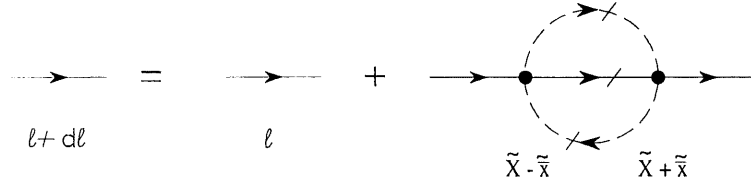


Figure 32: Diagrammes représentant la renormalisation du propagateur à une dimension au deuxième ordre de perturbation. Le "/" désigne l'intégration partielle sur \bar{x} .

Dans l'espace direct, la dimension anormale des champs $\psi_j^{(*)}(\tilde{x})$ est $d_F = -\frac{1}{2}\theta$ et vérifie

$$\psi_{\alpha,j}(i\omega_n, x)|_{\ell+d\ell} = z^{-1/2}(d\ell) \psi_{\alpha,j}(i\omega_n, x)|_{\ell} = z^{-1/2}(\ell) \psi_{\alpha,j}(i\omega_n, x)|_{\ell=0} . \quad (A.39)$$

Il en résulte une modification de la loi de puissance de la cohérence instantanée,

$$G_\alpha(\tau = 0, \bar{x}) \approx -\frac{i\alpha}{2\pi |\bar{x}| z(\ln(\bar{x}/x_0))} e^{i\alpha k_F \bar{x}} \propto i\alpha \frac{e^{i\alpha k_F \bar{x}}}{2 |\bar{x}|^{1+\theta}}$$

ainsi que de la forme de la fonction de distribution,

$$\begin{aligned} n(k) &\propto - \int_0^{L/2} dx \frac{\sin((\alpha k - k_F)\bar{x})}{\bar{x}^{1+\theta}} \\ &\propto -\text{signe}(\alpha k - k_F) |\alpha k - k_F|^\theta \int du \frac{\sin(u)}{u^{1+\theta}} \end{aligned}$$

où $u = (\alpha k - k_F)\bar{x}$.

On sait que la contribution du point du vertex Γ_2 provient de $\langle S_{I,3}^2 S_{I,2} \rangle_{\bar{o},c}$. Comme le montre la figure 31, le développement perturbatif de l'interaction tient compte de ce terme mais aussi, pour être consistant, de l'énergie propre des quatre champs attachés au point du vertex.

Calculons d'abord la correction provenant du vertex, celle-ci s'écrit:

$$\begin{aligned} \langle S_{I,3}^2 S_{I,2} \rangle_{\bar{o},c} = & -(-g_2)^3 \int d\tilde{X} d\tilde{x}_1 \int d\tilde{\tau} \oint d\tilde{x} G_+(\tilde{x}_1) G_+(\tilde{x} - \tilde{x}_1) G_-(\tilde{x}) G_-(-\tilde{x}) \\ & \times \psi_+^*(\tilde{X} + \tilde{x} - \tilde{x}_1) \psi_-^*(\tilde{X}) \psi_+^*(\tilde{X}) \psi_+^*(\tilde{X} - \tilde{x}_1) . \end{aligned} \quad (\text{A.40})$$

L'exécution de l'intégrale sur \tilde{x}_1 se fait en négligeant son effet sur les champs ψ des pattes externes,

$$\begin{aligned} \int d\tilde{x}_1 G_+(\tilde{x}_1) G_+(\tilde{x} - \tilde{x}_1) &= T \sum_{\omega_n} \int dx_1 G_+(i\omega_n, x_1) G_+(i\omega_n, \bar{x} - x_1) e^{-i\omega_n \bar{\tau}} \\ &= -i \frac{\bar{x}}{v_F} T \sum_{\omega_n} \int dx_1 G_+(i\omega_n, \bar{x} - x_1) e^{-i\omega_n \bar{\tau}} \\ &= -i \frac{\bar{x}}{v_F} G_+(\tilde{x}) . \end{aligned}$$

En fait, on vérifie au cours de ces étapes que les seuls termes qui contribuent à l'intégrale sont situés dans l'intervalle $|x_1| \in [0, |\bar{x}|]$, ce qui justifie notre approximation de ne pas tenir compte des champs ψ des pattes externes durant l'intégration.[†] À l'aide de ce résultat, et de (A.22), l'intégration partielle de (A.40) conduit à

$$g_2^3 \frac{i}{v_F} \int d\tilde{\tau} \oint d\tilde{x} \bar{\chi}_C(\tilde{x}) G_-(\tilde{x}) \bar{x} = \frac{g_2^3}{8\pi^2 v_F^2}$$

où nous avons profité du fait que nous avons déjà rencontré cette intégrale lors du calcul au deuxième ordre de l'énergie propre (voir le terme proportionnel à

[†] Elle justifie aussi l'intégration complète des nombres d'ondes \tilde{q}_x exécutée pour ce diagramme dans la version de l'espace réciproque du GRQ.^[24]

∂/∂_X à l'annexe I). Incluant la contribution de l'énergie propre, nous retrouvons que

$$g_i(\ell + d\ell) = z_i(d\ell) (z^{-1/2}(d\ell))^4 g_i(\ell) \quad (\text{A.41})$$

où ici $z_i(d\ell) = 1 + \frac{\tilde{g}_2^2}{2}$ est la contribution au vertex Γ_2 que l'on vient de calculer. Le développement de $z^{-2}(d\ell)$ à l'ordre g_2^2 conduit naturellement à $g_2(\ell + d\ell) = g_2(\ell)$.

Tenant compte de l'énergie propre, l'action (A.8) et (A.9) à l'étape ℓ se réécrit après le changement de variable $z(\ell)\psi_j^{(*)}(\tilde{x}) \rightarrow \psi_j^{(*)}(\tilde{x})$

$$\begin{aligned} S^0[\psi^*, \psi] = & \sum_j \int d\tilde{x} \psi_{\alpha,j}^*(\tilde{x}) G_{1D,\alpha}^{-1}(\tilde{x}, 0) \psi_{\alpha,j}(\tilde{x}) \\ & + z^{-1}(\ell) \sum_{p=\pm 1, \pm 2} t_{|p|b} \psi_{\alpha,j+p}^*(\tilde{x}) \psi_{\alpha,j}(\tilde{x}) e^{-ipQx} \\ & + \sum_j \int d\tilde{x} g_2(\ell) \psi_{+,j}^*(\tilde{x}) \psi_{-,j}^*(\tilde{x}) \psi_{-,j}(\tilde{x}) \psi_{+,j}(\tilde{x}) \end{aligned} \quad (\text{A.42})$$

et où la contribution de l'énergie propre à l'interaction à déjà été incluse dans A.41. Ce changement de variable n'affecte la fonction de partition que par une constante et n'a donc pas d'effet sur les moyennes thermodynamiques. Elle nous permet, par contre, de constater l'influence de la réduction de la densité d'états électroniques au voisinage du niveau de Fermi sur les autres paramètres perturbatifs de l'action: les termes de saut interchaîne et les couplages. En effet, le facteur $z^{-1}(\ell)$ réduit les termes de saut interchaîne, traduisant le fait qu'une portion seulement de la densité spectrale à une particule participe à ces mécanismes. Le reste de cette densité est accaparé par les corrélations d'onde de densité et supraconductrice.

A.4.1 e: Vertex à un corps et fonctions de réponse 1D

La forme attendue en réponse linéaire de l'action du couplage entre les champs sources et les champs composites est

$$S_\ell^M = \sum_{\tilde{q}_x} z^M(\ell) h^{M*}(\tilde{q}_x) O^M(\tilde{q}_x) + c.h. - \sum_{\tilde{q}} \chi^M(\ell, \tilde{q}_x) \left| h^M(\tilde{q}_x) \right|^2$$

où $z^M(\ell)$ et $\chi^M(\ell, \tilde{q}_x)$ sont déterminés dans les lignes qui suivent. Leurs équations diagrammatiques ont déjà été présentées à la figure 13a. À l'étape $\ell + d\ell$, nous avons donc que

$$S_{\ell+d\ell}^M = S_\ell^M z^{-1}(d\ell) + \frac{1}{2} \langle S_2^M S_{I,2} \rangle_{\bar{o},c} + \frac{1}{2} \langle S_2^M S_2^M \rangle_{\bar{o},c}$$

où le facteur $z^{-1}(d\ell)$ provient de l'influence de l'énergie propre sur les propagateurs externes entre l'étape ℓ et l'étape $\ell + d\ell$. La contribution provenant de $S_2^M S_{I,2}$ s'écrit

$$\frac{1}{2} \langle S_2^M S_{I,2} \rangle_{\bar{o},c} = \frac{d\ell}{2} \tilde{g}^M(\ell) \sum_{\tilde{q}_x} z^M(\ell) h^M(\ell, \tilde{q}_x) \mathcal{O}^M(\tilde{q}_x) K_{1D}^M(\ell, \tilde{q}_x) + c.h.$$

où

$$\begin{aligned} d\ell K_{1D}^M(\ell, \tilde{q}_x) &= 2\pi v_F \langle \mathcal{O}^M(\tilde{q}_x) \mathcal{O}^{M*}(\tilde{q}_x) \rangle_{\bar{o},c} \\ &= \frac{T}{L} 2\pi v_F \int d\tilde{X} d\tilde{\tau} \oint d\tilde{x} \left(\langle \mathcal{O}^M(\tilde{X}_+) \mathcal{O}^{M*}(\tilde{X}_-) \rangle_{\bar{o},c} e^{i\tilde{q}_x \tilde{x}} + c.h. \right) \\ &= d\ell \cos \left((q_x - q_x^M) \tilde{x}_0(\ell) \right) , \end{aligned} \tag{A.43}$$

avec $q_x^0 = 0$, $q_x^1 = -2k_F$ et où nous avons utilisé (A.27) et (A.32). Pour $q_x = q_x^M$, nous retrouvons

$$z^M(\ell + d\ell) = z^M(\ell) \left(z^{-1}(d\ell) + \frac{1}{2} \tilde{g}^M(\ell) d\ell \right)$$

et en développant $z^{-1}(d\ell)$ au deuxième ordre

$$\frac{d \ln \left(z^M(\ell, q_x^M) \right)}{d\ell} = \gamma^M / 2 \tag{A.44}$$

où $\gamma^M = \tilde{g}^M - \frac{1}{2} \tilde{g}_2^2$.

Pour ce qui est du terme proportionnel à $h^{M*} h^M$, sa contribution d'ordre $d\ell$ est

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \langle S_2^M S_2^M \rangle_{\bar{o},c} &= \sum_{\tilde{q}_x} |z^M(\ell)|^2 h^{M*}(\tilde{q}_x) h^M(\tilde{q}_x) \langle \mathcal{O}^M(\tilde{q}_x) \mathcal{O}^{M*}(\tilde{q}_x) \rangle_{\bar{o},c} \\ &= \frac{d\ell}{2\pi v_F} \sum_{\tilde{q}_x} |z^M(\ell)|^2 K_{1D}^M(\ell, \tilde{q}_x) h^{M*}(\tilde{q}_x) h^M(\tilde{q}_x) \end{aligned}$$

et l'équation d'itération de χ^M prend la forme de

$$-\chi^M(\ell + d\ell, \tilde{q}_x) = -\chi^M(\ell, \tilde{q}_x) + \bar{\chi}(\ell, \tilde{q}_x) \frac{d\ell}{2\pi v_F} . \quad (\text{A.45})$$

C'est-à-dire

$$\chi^M(\ell, \tilde{q}_x) = -\frac{1}{2\pi v_F} \int_0^{\ell(T, q_x)} d\ell' \bar{\chi}^M(\ell', \tilde{q}_x) , \quad (\text{A.46})$$

où $\ell(T, q_x) = \ln \left(\min(\xi_T/x_0, [x_0(q_x - q_x^M)]^{-1}, \bar{x}_0(\ell)/x_0) \right)$ et où les fonctions de réponse auxiliaires $\bar{\chi}^M(\ell, \tilde{q}_x)$ sont ici données par

$$\bar{\chi}^M(\ell, \tilde{q}_x) = |z^M(\ell)|^2 K^M(\ell, \tilde{q}_x) . \quad (\text{A.47})$$

En tenant compte des interactions, les fonctions de corrélations statiques et instantanées Cooper se comportent d'après le paragraphe précédent selon^[91]

$$\bar{\chi}_C(i\omega_m = 0, \bar{x}) \left| z^0 \left(\ln \left(\frac{\bar{x}_0(\ell)}{x_0} \right) \right) \right|^2 \approx \frac{1}{|\bar{x}_0(\ell)|^{1-\gamma^0}}$$

et

$$\bar{\chi}_C(\tau = 0, \bar{x}) \left| z^0 \left(\ln \left(\frac{\bar{x}_0(\ell)}{x_0} \right) \right) \right|^2 \approx \frac{1}{|\bar{x}_0(\ell)|^{2-\gamma^0}}$$

alors que pour le canal Peierls,

$$\bar{\chi}_P(i\omega_m = 0, \bar{x}) \left| z^1 \left(\ln \left(\frac{\bar{x}_0(\ell)}{x_0} \right) \right) \right|^2 \approx \frac{1}{|\bar{x}_0(\ell)|^{1-\gamma^1}}$$

et

$$\bar{\chi}_P(\tau = 0, \bar{x}) \left| z^1 \left(\ln \left(\frac{\bar{x}_0(\ell)}{x_0} \right) \right) \right|^2 \approx \frac{1}{|\bar{x}_0(\ell)|^{2-\gamma^1}} .$$

A.5 Saut interchaîne et effet cyclotron

Nous verrons dans ce qui suit que les effets de dimensionnalité s'introduisent aisément dans notre traitement dans l'espace réel. Ceci vient du fait que la fonction de Green à deux dimensions de notre modèle, (A.10), s'exprime comme une fonction de Green 1D multipliée par une autre fonction

qui contient l'essentiel du terme de saut interchaîne et de l'effet cyclotron. Selon l'expression de ce propagateur, le saut interchaîne a pour effet de diminuer l'amplitude du propagateur intrachaîne et d'en reporter une partie à la propagation interchaîne. On s'attend donc que l'apport du saut interchaîne soit principalement d'affaiblir la partie unidimensionnelle des fonctions de réponse et l'énergie propre. D'autre part, la combinaison de l'interaction intrachaîne et de la propagation transverse génère une interaction interchaîne. Cette dernière est entretenue et susceptible d'être amplifiée à chaque étape de la renormalisation. Pour évaluer ces deux contributions, nous devons tenir compte de l'indice de chaîne. Selon (A.9), nous pouvons écrire $S_I = \sum_j S_I(j)$ où

$$S_I(j) = -g_2 \int d\tilde{X} \psi_{\alpha,j}^\dagger(\tilde{X}) \psi_{-\alpha,j}^\dagger(\tilde{X}) \psi_{-\alpha,j}(\tilde{X}) \psi_{\alpha,j}(\tilde{X}) . \quad (\text{A.48})$$

L'apport à l'interaction 1D s'évalue à partir de $\sim \sum_j S_{I,2}^2(j)$, l'énergie propre de caractère 1D à partir de $\sim \sum_j S_{I,3}^2(j)$ alors que la génération de l'interaction interchaîne provient de $\sim \sum_{j \neq j'} S_{I,2}(j) S_{I,2}(j')$.

Les prochaines sous-sections traitent plus en détail de l'ensemble de ces contributions. Nous établissons tout d'abord l'apport du saut interchaîne sur les couplages intrachaînes et l'énergie propre de type 1D. Par la suite, nous présentons les fonctions de réponse auxiliaires et totales de type 2D pour différentes limites de valeurs de champs et de sauts interchaînes. Nous poursuivons avec l'établissement des équations de renormalisation des couplages générés interchaîne. Les solutions approchées de ces équations sont discutées dans les sections suivantes pour les canaux Peierls et Cooper en absence de champ et pour le canal Peierls sous champ. En présence du champ, seul le générateur provenant du canal Peierls sera traité explicitement.

A.5.1 Apport aux termes 1D

L'apport du saut interchaîne sur ces termes provient des contributions où seuls les sauts interchaînes virtuels sont permis. C'est-à-dire que le nombre de chaînes effectivement traversées par les particules est nulle.

La correction au premier ordre de l'interaction se calcule à partir de $\frac{1}{2}S_{I,2}(j)S_{I,2}(j)$. Elle peut se faire de la même façon qu'à la section précédente. Toutefois, afin mettre en évidence une dépendance sur \tilde{q}_x , nous écrivons $S_{I,2}(j)$ sous la forme

$$S_{I,2}(j) = \frac{1}{2} \sum_{\tilde{q}_x} g^M(\ell) \mathcal{O}_j^{M*}(\tilde{q}_x) \overline{\mathcal{O}_j^M(\tilde{q}_x)} + c.h. \quad (A.49)$$

où $g^M(\ell) = (-1)^M z^{-2}(\ell) g_2$ et où le changement d'échelle représenté par (A.39) et (A.42) sera dorénavant appliqué à tous les termes de l'action. On le vérifie en explicitant les champs \mathcal{O} en fonction des champs fermioniques ψ_α et en arrangeant l'ordonnance de ces derniers. L'évaluation de $S_{I,2}(j)S_{I,2}(j)$ pour la partie Cooper (S_I^0) et Peierls (S_I^1) se fait suivant

$$S_I^M(d\ell, j) = d\ell \, 2\pi v_F (\tilde{g}^M(\ell))^2 \sum_{\tilde{q}_x} K_{1D}^M(\ell, \tilde{q}_x) \mathcal{O}_j^{M*}(\tilde{q}_x) \mathcal{O}_j^M(\tilde{q}_x) \quad (A.50)$$

où

$$K_{1D}^M(\ell, \tilde{q}_x) d\ell = 2\pi v_F \langle \overline{\mathcal{O}_j^M(\tilde{q}_x) \mathcal{O}_j^{M*}(\tilde{q}_x)} \rangle_{\bar{0}, c}.$$

Pour le cas $M = 1$ nous avons

$$K_{1D}^1(\ell, \tilde{q}_x) d\ell = 2\pi v_F \frac{T}{L} \int d\tilde{X} d\tilde{\tau} \int d\tilde{x} \, e^{-i\tilde{q}_x \tilde{x}} G_+(\tilde{X}_+, N=0) G_-(\tilde{X}_-, N=0)$$

où N est la distance interchaîne parcourue. Cette expression devient grâce à (A.10) et (A.30)

$$K_{1D}^1(\ell, q_x) d\ell = -2\pi v_F \frac{T}{L} \int d\tilde{X} d\tilde{\tau} \int d\tilde{x} \, \Re e \, e^{-iq_x \tilde{x}} \bar{\chi}_P(\tilde{x}) \\ \times I_0(u'_+(\tilde{x}), v'_+(\tilde{x})) I_0(u'_-(-\tilde{x}), v'_-(-\tilde{x}))$$

où $u'_-(-\tilde{x}) = z^{-1}(\ell) u_-(-\tilde{x})$ et $v'_-(-\tilde{x}) = z^{-1}(\ell) v_-(-\tilde{x})$. Après les étapes d'intégration, nous obtenons

$$K_{1D}^1(\ell, q_x) = \Re e \, e^{-i(q_x + 2k_F)\tilde{x}_0(\ell)} I_0^2(u'_+(\tilde{x}_0(\ell)), v'_+(\tilde{x}_0(\ell))). \quad (A.51)$$

Cette expression tient compte de tous les sauts virtuels des particules avant de retourner à la chaîne initiale.

Un calcul similaire pour la bulle élémentaire Cooper nous donne

$$\begin{aligned} K_{1D}^0(\ell, q_x) d\ell &= 2\pi v_F \frac{T}{L} \int d\tilde{X} d\tilde{\tau} \int d\tilde{x} e^{-iq_x \tilde{x}} \mathcal{G}_+(\tilde{x}, \tilde{x}', N=0) \mathcal{G}_-(\tilde{x}, \tilde{x}', N=0) \\ &= 2\pi v_F \frac{T}{L} \int d\tilde{X} d\tilde{\tau} \int d\tilde{x} e^{-iq_x \tilde{x}} \bar{\chi}_C(\tilde{x}) I_0(u'_+(\tilde{x}), v'_+(\tilde{x})) I_0(u'_-(\tilde{x}), v'_-(\tilde{x})) \end{aligned}$$

c'est-à-dire

$$K_{1D}^0(q_x) = \Re e^{-iq_x \bar{x}_0(\ell)} |I_0(u'_+(\bar{x}_0(\ell)), v'_+(\bar{x}_0(\ell)))|^2. \quad (A.52)$$

Observons qu'en présence de déviation à l'emboîtement parfait

$$K_{1D}^0(q_x = 0) \neq K_{1D}^1(q_x = 2k_F), \quad (A.53)$$

ce qui est aussi confirmé par la comparaison numérique entre (2.42) et (2.43). D'autre part, lorsque $t_{2b} = 0$ on obtient que

$$K_{1D}^0(q_x = 0) = K_{1D}^1(q_x = 2k_F) = J_0^2 \left(\frac{4t_b z^{-1}(\ell)}{\omega_H} \sin(Q \bar{x}_0(\ell)/2) \right). \quad (A.54)$$

et nous vérifions que $S_I^0(d\ell, j) + S_I^1(d\ell, j) = 0$ puisque la mise en ordre normal des champs ψ apporte un signe moins dans le canal Peierls et que le couplage $(g^M)^2$ est toujours positif.

Toujours sous la condition $t_{2b} = 0$, trois limites de (A.51) suscitent notre intérêt. Il s'agit de

$$K_{1D}^1(2k_F) = \begin{cases} J_0^2 \left(\frac{2t_b z^{-1}(\ell)}{v_F} \bar{x}_0(\ell) \right) & , \quad Q \rightarrow 0 \\ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{2t_b z^{-1}(\ell)}{v_F} \bar{x}_0(\ell) \right)^2 \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{Q \bar{x}_0(\ell)}{2} \right)^2 \right] & , \quad Q \bar{x}_0(\ell) \ll 1 \\ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{4t_b z^{-1}(\ell)}{\omega_c} \sin \left(\frac{Q \bar{x}_0(\ell)}{2} \right) \right)^2 & , \quad \frac{4t_b z^{-1}(\ell)}{\omega_c} \ll 1 \end{cases} \quad (A.55)$$

qui correspondent respectivement aux limites de champ nul, de courte distance devant la longueur cyclotron et de la limite de champ fort. Les deux dernières limites ne tiennent compte que d'un seul aller retour interchaîne pour l'une ou l'autre des particules.

L'expression de l'énergie propre 1D s'obtient facilement une fois que l'on connaît sa contribution lorsque $t_b = t_{2b} = 0$. En effet, nous pouvons écrire que

$$\begin{aligned} \int d\tilde{X} d\tilde{\tau} \int d\tilde{x} \psi_{\alpha,j}^*(\tilde{X}_+) \mathbb{Z}_{\alpha}^{1D}(\tilde{x}) \psi_{\alpha,j}(\tilde{X}_-) \\ = \int d\tilde{X} d\tilde{\tau} \int d\tilde{x} \psi_{\alpha,j}^*(\tilde{X}_+) \mathcal{G}_+(\tilde{X}_+, 0) \mathcal{G}_-(\tilde{X}_+, 0) \mathcal{G}_-(\tilde{X}_-, 0) \psi_{\alpha,j}(\tilde{X}_-) \end{aligned}$$

et, introduisant le résultat du calcul de l'énergie propre de la section précédente, nous trouvons que

$$\frac{d}{d\ell} \ln(z_{1D}(\ell)) = \frac{g_2^2}{16\pi^2 v_F^2} K_{1D}^{\Sigma}(\ell) = \frac{\tilde{g}_2^2}{4} K_{1D}^{\Sigma}(\ell) \quad (\text{A.56})$$

où

$$K_{1D}^{\Sigma}(\ell) = \Re e \left| I_0(u'_+(\bar{x}_0(\ell)), v'_+(\bar{x}_0(\ell))) \right|^2 I_0(u'_+(\bar{x}_0(\ell)), v_+(\bar{x}_0(\ell))) \quad (\text{A.57})$$

En particulier si $t_{2b} = 0$ on obtient:

$$K_{1D}^{\Sigma}(\ell) = \begin{cases} J_0^3 \left(\frac{2t_b z^{-1}(\ell)}{v_F} \bar{x}_0(\ell) \right) & , \quad Q \rightarrow 0 \\ 1 - \frac{3}{4} \left(\frac{2t_b z^{-1}(\ell)}{v_F} \bar{x}_0(\ell) \right)^2 \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{Q \bar{x}_0(\ell)}{2} \right)^2 \right] & , \quad Q \bar{x}_0(\ell) \ll 1 \\ 1 - \frac{3}{4} \left(\frac{4t_b z^{-1}(\ell)}{\omega_c} \sin \left(\frac{Q \bar{x}_0(\ell)}{2} \right) \right)^2 & , \quad \frac{4t_b z^{-1}(\ell)}{\omega_c} \ll 1 \end{cases} \quad (\text{A.58})$$

Finalement, la correction au deuxième ordre du vertex à deux corps s'obtient à partir de

$$\begin{aligned} z_2(d\ell) = 1 + \frac{\tilde{g}^2}{2} \Re e \left| I_0(u'_-(\bar{x}_0(\ell)), v'_-(\bar{x}_0(\ell))) \right|^2 \\ \times \int_0^{|\bar{x}_0(\ell)|} \frac{dx_1}{|\bar{x}_0(\ell)|} I_0(u'_+(x_1), v'_+(x_1)) I_0(u'_+(\bar{x}_0(\ell) - x_1), v'_+(\bar{x}_0(\ell) - x_1)) . \end{aligned} \quad (\text{A.59})$$

Les conséquences des calculs que l'on vient de faire sont les suivantes: (A.53) et (A.54) montrent que seul le terme de déviation à l'emboîtement est susceptible de briser l'invariance de g_2 sous renormalisation; que l'énergie propre

1D verra sa contribution réduite par rapport au cas où le saut interchaîne est absent; et finalement que les fonctions de réponse 1D, χ^{1D} et $\bar{\chi}^{1D}$ sont cette fois données par

$$\begin{aligned}\frac{d \ln(z_{1D}^M(\ell, \tilde{q}_x))}{d\ell} &= \frac{\tilde{g}^M}{2} K_{1D}^M(\ell, \tilde{q}_x) - \frac{\tilde{g}^2}{4} K_{1D}^\Sigma(\ell) \\ \frac{d \ln(\bar{\chi}_{1D}^M(\ell, \tilde{q}_x))}{d\ell} &= \tilde{g}^M K_{1D}^M(\ell, \tilde{q}_x) - \frac{\tilde{g}^2}{2} K_{1D}^\Sigma(\ell) \\ \chi_{1D}^M(\ell, \tilde{q}_x) &= -\frac{1}{2\pi v_F} \int_0^\ell \bar{\chi}_{1D}^M(\ell', \tilde{q}_x) K_{1D}^M(\ell', \tilde{q}_x) d\ell',\end{aligned}\tag{A.60}$$

c'est-à-dire que leur contribution sera elle aussi affaiblie par le saut interchaîne. On en retire ainsi une règle générale: les possibilités de délocalisation qu'offre le saut interchaîne produisent une réduction de partie 1D des corrélations et affaiblissent les fonctions de réponse et l'énergie propre associées à cette dimensionalité. Ceci s'interprète par le fait que l'étalement des fonctions d'onde électronique s'accompagne d'une réduction de leur amplitude. Au contraire, le champ magnétique réduit l'étalement de la fonction d'onde et augmente les caractéristiques 1D de la cohérence et des corrélations.

A.5.2 Fonctions de réponse 2D

Nous établissons ici les équations de renormalisation pour les fonctions de réponse à 2 dimensions. Ces fonctions interviennent dans l'établissement du terme générateur et dans le passage au régime critique. Les réponses auxiliaires $\bar{\chi}^M(\ell, \mathbf{q})$ et les fonctions de réponse totale $\chi^M(\ell, \mathbf{q})$ 2D sont données par

$$\frac{d}{d\ell} \ln(\bar{\chi}^M(\ell, \mathbf{q})) = \tilde{g}^M(\ell) K^M(\ell, \mathbf{q})\tag{A.61}$$

et

$$\chi^M(\ell, \mathbf{q}) = -\frac{1}{2\pi v_F} \int_0^\ell \bar{\chi}^M(\ell', \mathbf{q}) K^M(\ell', \mathbf{q}) d\ell'\tag{A.62}$$

où

$$K^M(\ell, \mathbf{q}) d\ell = 2\pi v_F \langle \mathcal{O}^M(\mathbf{q}) \mathcal{O}^{M*}(\mathbf{q}) \rangle_{\bar{o}, c}.\tag{A.63}$$

Nous évaluons maintenant $K^M(\ell, \mathbf{q})$ pour $M = 1$ et $M = 0$:

$$K^1(\ell, \mathbf{q}) d\ell = -2\pi v_F \frac{T}{LN_\perp} \sum_N \int d\tilde{X} d\tilde{\tau} \int d\tilde{x} e^{i(q_x \tilde{x} + q_y N b)} G_+(\tilde{x}, \tilde{x}', N) G_-(\tilde{x}', x, -N)$$

qui devient grâce à (A.10) et en suivant les étapes d'intégration

$$\begin{aligned} K^1(\mathbf{q}) &= \Re e \sum_N e^{iq_y N b} I_{-N}(u'_\alpha(\bar{x}), v'_\alpha(\bar{x})) I_N(u'_\alpha(\bar{x}), v'_\alpha(\bar{x})) \\ &= \Re e I_0(2u'_+(\bar{x}) \cos(q_y b/2), 2v'_+(\bar{x}) \cos(q_y b)) . \end{aligned} \quad (A.64)$$

Pour la bulle Cooper, nous traitons séparément les cas avec et sans champ. En absence du champ, nous avons

$$\begin{aligned} K^0(\mathbf{q}) d\ell &= 2\pi v_F \frac{T}{LN_\perp} \sum_{j,j'} \int d\tilde{X} d\tilde{\tau} \int d\tilde{x} \langle \mathcal{O}_j^0(\tilde{X}_+) \mathcal{O}_{j'}^{0*}(\tilde{X}_-) \rangle_{\bar{0},c} e^{i(\tilde{q}_x \tilde{x} + q_y(j-j')b)} \\ &= \Re e e^{iq_x \bar{x}} I_0(2u'_+(\bar{x}) \sin(q_y b/2), 2v'_+(\bar{x}) \sin(q_y b)) , \end{aligned} \quad (A.65)$$

tandis qu'en présence du champ, le problème est beaucoup plus complexe. Il nous faut alors conserver pour K^0 la dépendance sur X ,

$$K_{j,j'}^0(X) d\ell = 2\pi v_F \frac{T}{L} \int d\tau d\bar{\tau} \int d\bar{x} \langle \mathcal{O}_j^0(\tilde{X}_+) \mathcal{O}_{j'}^{0*}(\tilde{X}_-) \rangle_{\bar{0},c}$$

ou plus explicitement

$$K_N^0(\mathbf{q}, X) d\ell = 2\pi v_F |I_{-N}(u'_+(\bar{x}), v'_+(\bar{x}))|^2 e^{-i2QXN} . \quad (A.66)$$

Comme dans le cas sans interaction, la présence de $X = (x + x')/2$ dans l'expression de la contribution Cooper nécessite de considérer une dépendance de K^0 soit sur X , ou soit sur sa conjuguée de Fourier ($G = 2NQ$): Selon le cas, nous trouvons

$$K^0(\mathbf{q}, X) = I_0(2u'_+(\bar{x}) \sin(q_y/2 - QX), 2v'_+(\bar{x}) \sin(q_y - 2QX))$$

et

$$K^0(\mathbf{q}, q_x + 2NQ) = \cos((q_x + NQ)\bar{x}) \Re e e^{iNq_y b} |I_{-N}(2u'_+(\bar{x}), 2v'_+(\bar{x}))|^2 .$$

On peut se demander ici si une superposition d'un type similaire à celle proposée à l'équation (1.68) devrait ici aussi être utilisée.

A.5.3 Termes générateurs de l'interaction interchaîne

Jusqu'ici nous n'avons considéré que les corrections qu'apportait le saut interchaîne aux termes qui existaient dès l'étape initiale de la procédure de renormalisation. La propagation transverse n'a pas encore été prise en compte et nous allons maintenant établir l'effet de cette propagation sur la génération de nouvelles interactions.

Le générateur de l'interaction interchaîne provient de

$$S_{\perp} = \sum_{j \neq j'} S_{I,2}(j) S_{I,2}(j') = \sum_{j, j'} S_{I,2}(j) S_{I,2}(j') (1 - \delta_{j, j'})$$

et sa représentation diagrammatique pour les cas Peierls et Cooper est donnée à la figure 33. Dans le canal Peierls avec ou sans champ et dans le canal Cooper en absence de champ, ce terme prend la forme suivante

$$S_{\perp}(d\ell) = -d\ell \frac{1}{2} \sum_{M, \tilde{q}} f^M(\tilde{q}, \ell) \mathcal{O}^{M*}(\tilde{q}) \mathcal{O}^M(\tilde{q})$$

où le coefficient $f^M(\tilde{q}, \ell)$ est déterminé par

$$\begin{aligned} f^M(\tilde{q}, \ell) &= -\pi v_F \left(\tilde{g}^M(\ell) \right)^2 \sum_{j, j'} e^{iq_y(j-j')b} \langle \mathcal{O}^M(\tilde{q}_x, j) \mathcal{O}^{M*}(\tilde{q}_x, j') \rangle_{\bar{c}, c} (1 - \delta_{j, j'}) \\ \tilde{f}^M(\tilde{q}, \ell) &= -\frac{1}{2} (\tilde{g}^M(\ell))^2 \left[K^M(\tilde{q}, \ell) - K_{1D}^M(\tilde{q}_x) \right] \end{aligned} \quad (A.67)$$

où $\tilde{f}^M = f^M / 2\pi v_F$. En absence de champ et de déviation à l'emboîtement, nous avons

$$\tilde{f}^M(\mathbf{q}^M) \approx \cos(q_y^M) \left(\frac{\tilde{g}^M t_b z^{-1}(\ell)}{v_F} \bar{x} \right)^2.$$

Une limite intéressante dans le canal Peierls est celle où $2t_b z^{-1}(\ell) \bar{x} / v_F \ll 1$, $Q \bar{x} \ll 1$

$$\tilde{f}^1(\mathbf{q}^1) \approx - \left(\frac{\tilde{g}^1 t_b z^{-1}(\ell)}{v_F} \bar{x} \right)^2 \left(1 - \frac{1}{3} \left(\frac{Q \bar{x}}{2} \right)^2 \right) \quad (A.68)$$

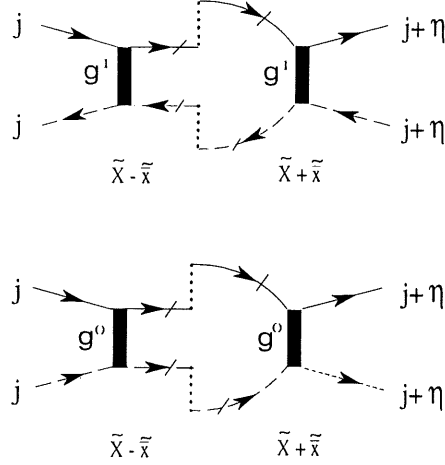


Figure 33: Générateur des termes d'interactions interchaînes dans les canaux Peierls a) et Cooper b). Les pointillés indiquent un parcours dans la direction transverse.

où l'affaiblissement de ce terme générateur par le champ magnétique s'explique par le confinement dimensionnel qu'induit ce dernier.

Du point de vue des échelles de longueurs plus grandes que la partie intégrée, le terme générateur contribue à un couplage effectif interchaîne. La contribution générée que l'on doit ajouter à l'action totale S et qu'il faut par conséquent reporter dans (A.7) s'écrit

$$S_{I\perp} = -\frac{1}{2} \sum_{\tilde{q}, M} V^M(\ell, \mathbf{q}) \overline{\mathcal{O}}^{M*}(\tilde{q}) \mathcal{O}^M(\tilde{q}) + c.h. . \quad (A.69)$$

Dans les étapes d'intégration subséquentes, ce terme produit des corrections de la forme $\langle S_{I,2} S_{I\perp,2} \rangle_{\bar{o},c}$ et $\langle S_{I\perp,2}^2 \rangle_{\bar{o},c}$ de telle manière que chacun des $\tilde{V}^M(\ell, \mathbf{q})$ possède une équation différentielle indépendante. D'après la figure 15, cette équation s'écrit

$$\frac{d}{d\ell} \tilde{V}^M(\ell, \mathbf{q}) = \tilde{f}^M(\ell, \mathbf{q}) + \tilde{V}^M(\ell, \mathbf{q}) \tilde{g}^M K^M(\ell, \mathbf{q}) - \frac{(\tilde{V}^M(\ell, \mathbf{q}))^2}{2} K^M(\ell, \mathbf{q}) \quad (A.70)$$

avec $\tilde{V}^M = V^M / 2\pi v_F$, où encore, grâce à (A.61)

$$\frac{d}{d\ell} \tilde{V}^M(\ell, \mathbf{q}) = \tilde{f}^M(\ell, \mathbf{q}) + \tilde{V}^M(\ell, \mathbf{q}) \frac{d}{d\ell} \ln(\tilde{\chi}^M(\ell, \mathbf{q})) - \frac{(\tilde{V}^M(\ell, \mathbf{q}))^2}{2} K^M(\ell, \mathbf{q}) . \quad (A.71)$$

Cette équation possède une forme similaire à 2.23 exception faite que c'est $\bar{\chi}^M(\ell, \mathbf{q})$ qui apparaît dans le logarithme plutôt que $\bar{\chi}^M(\ell)$. De manière analogue à ce qui a été fait au chapitre 2 nous trouvons que

$$V^M(\ell, \mathbf{q}) = \frac{C}{1 - C\bar{\chi}^M(\ell, \mathbf{q})} \quad (A.72)$$

où

$$\chi^M(\ell, \mathbf{q}) = -\frac{1}{2\pi v_F} \int_0^{\ell_{\max}} \bar{\chi}^M(\ell', \mathbf{q}) K^M(\ell', \mathbf{q}) d\ell'$$

et

$$C = \frac{\bar{V}^M(\ell, \mathbf{q})}{\bar{\chi}^M(\ell, \mathbf{q})} = \int_0^\ell d\ell' \frac{f^M(\ell')}{\bar{\chi}^M(\ell', \mathbf{q})} \left[1 - \frac{\bar{V}^M(\ell', \mathbf{q})}{\bar{\chi}^M(\ell', \mathbf{q})} \chi^M(\ell', \mathbf{q}) \right]^2 .$$

La solution exacte de ces expressions demande un traitement numérique. Dans les prochaines sections, nous poursuivons plutôt notre étude d'une manière approchée à partir des générateurs:

$$\tilde{f}^1(\ell) \simeq -\tilde{\mathcal{V}}^1 e^{2(1-\theta)\ell} \left[1 - \frac{1}{3} (Q\bar{x}/2)^2 \right] , \quad (A.73)$$

où H peut être nulle ou non et

$$\tilde{f}^0(\ell) \simeq \tilde{\mathcal{V}}^0 e^{2(1-\theta)\ell} , \quad (A.74)$$

pour $H = 0$, et où $\tilde{\mathcal{V}}^M = \left(\tilde{g}_2^M t_{bx_0}/v_F \right)^2$. Les termes générateurs construits à partir de t_{2b} seront négligés.

Pour le cas du canal Cooper en présence du champ, le problème de la construction de l'interaction interchaîne est beaucoup plus complexe. Nous établissons, sans la résoudre, l'équation différentielle du couplage généré. Le terme générateur s'écrit

$$S_\perp^0 = -\frac{d\ell}{4} \sum_{j \neq j'} \int d\tilde{X} f_{j,j'}^0(\ell, X) \mathcal{O}_j^{0*}(\tilde{X}) \mathcal{O}_{j'}^0(\tilde{X})$$

et est obtenu à partir de

$$S_\perp^0 = \frac{1}{4} 2\pi v_F (g^0)^2 \sum_{j \neq j'} \int d\tilde{X} d\tilde{\tau} \oint d\tilde{x} \langle \mathcal{O}_j^{0*}(\tilde{X}) \mathcal{O}_{j'}^0(\tilde{X}) \rangle_{\bar{o},c} e^{-i2Q(j-j')X} K^0(\ell, j-j') + c.h.$$

où

$$\begin{aligned} K_{j-j'}^0(\ell) &= 2\pi v_F \int d\bar{\tau} \int d\bar{x} \langle \mathcal{O}^{0*}(\tilde{X}_+) \mathcal{O}_j^{0*}(\tilde{X}_-) \rangle e^{i2Q(j-j')X} \\ &= |I_{j'-j}(u_+(\bar{x}), v_+(\bar{x}))|^2 . \end{aligned}$$

L'interaction interchaîne générée possède alors une dépendance sur X

$$S_{I\perp} = -\frac{1}{4} \sum_{j,j'} \int d\tilde{X} V_{j,j'}^0(\ell, X) \overline{\mathcal{O}_j^0(\tilde{X})} \mathcal{O}_{j'}^0(\tilde{X}) + c.h. \quad (A.75)$$

et produit une série d'équations différentielle couplées que nous présentons sous forme matricielle

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\ell} \tilde{V}^0(\ell, \tilde{X}) &= \tilde{f}(\ell, \tilde{X}) + \frac{1}{2} \tilde{g}^0 \left(\tilde{V}^0(\ell, \tilde{X}) \mathbf{K}^0(\ell, \tilde{X}) + \mathbf{K}^0(\ell, \tilde{X}) \tilde{V}^0(\ell, \tilde{X}) \right) \\ &\quad - \frac{1}{2} \tilde{V}^0(\ell, \tilde{X}) \mathbf{K}^0(\ell, \tilde{X}) \tilde{V}^0(\ell, \tilde{X}) \end{aligned} \quad (A.76)$$

où les éléments des matrices s'identifient par les deux indices de chaîne. La solution de cette équation n'est pas dans les objectifs de notre travail. Une analyse sommaire indique que $V_{j,j'}^0(\ell, X)$ est périodique en X et devrait se développer en série de Fourier sur une zone de Brillouin délimitée par $[-Q, Q]$. À cette périodicité est associée une distribution non homogène des corrélations Cooper donnant lieu, dans l'éventualité d'une transition, à l'apparition d'un réseau de vortex. Il est clair que la largeur de la période augmente lorsque le champ diminue. Ceci indique que $V_{j,j'}^0(\ell, X)$ devrait s'approcher d'une configuration plus homogène. Signalons que Dupuis^[77] s'est occupé d'un problème assez proche de celui ci-dessus. Dans son cas, il s'agit d'un traitement en champ moyen des paramètres d'ordre Cooper sous la température de transition supraconductrice pour une orientation différente du champ magnétique.

A.6 Régime d'échange interchaîne

Il suffit ici de reprendre les résultats de la section 2.5 en posant $\tilde{V}^M = -\cos(q_y^M)(\tilde{g}^1 t_b x_o / v_F)^2$ et en remplaçant $C^1(\omega_H, \ell)$ de l'équation (2.27) par

$$C^1(\ell, \omega_H) = A^1(\omega_H, \ell = 0) \frac{e^{2\ell} \bar{\Upsilon}^1(\ell) - 1}{4 - 2\theta - \gamma^1}$$

où

$$A^1(\omega_H, \ell = 0) = -\frac{1}{3} \left(\frac{Qx_0}{2} \right)^2 .$$

Le tableau 3 présenté au chapitre 2 peut donc être repris intégralement en utilisant cette nouvelle définition de $A^1(\omega_H, \ell = 0)$. Nous devons souligner toutefois qu'il y a une différence de signe entre la présente définition et (2.21). Pour le régime d'échange à deux particules, ceci conduit à des résultats différents concernant l'influence de l'effet cyclotron sur la température critique et la température de déconfinement. Dans la présente annexe nous obtenons que ces températures diminuent sous l'augmentation de l'effet cyclotron. La source de cette décroissance s'explique par le fait que le confinement dimensionnel induit par le champ affecte non seulement pour la propagation transverse à une particule mais aussi pour la propagation transverse à deux particules.

A.7 Régime de saut cohérent à une particule

Les propriétés unidimensionnelles disparaissent progressivement lorsque $t_b z^{-1}(\ell) \bar{x}(\ell) \gtrsim 1$. En effet, les noyaux 1D Peierls (A.51) et Cooper (A.52) ainsi que la contribution à l'énergie propre (A.57) décroissent dans ce régime. Il ne subsiste que l'équation d'échelle pour \tilde{V}^M (2.23) contenant un générateur $\tilde{f}^M(\ell, \mathbf{q})$ qui varie peu avec le vecteur d'onde optimal

$$\tilde{f}^M(\tilde{q}, \ell) \simeq -\frac{1}{2}(\tilde{g}^M)^2 K^M(\tilde{q}, \ell) \quad (\text{A.77})$$

et $\frac{d}{d\ell} g^M \simeq 0$. Tenant compte de ces deux expressions et de

$$\tilde{\mathcal{G}}^M(\ell_{x_1}, \mathbf{q}) \equiv \tilde{g}^M(\ell_{x_1}) - \tilde{V}^M(\ell_{x_1}, \mathbf{q})$$

l'équation (2.23) se récrit:

$$\frac{d}{d\ell} \tilde{\mathcal{G}}^M(\ell, \mathbf{q}) = \left[\tilde{\mathcal{G}}^M(\ell, \mathbf{q}) \right]^2 K^M(\ell, \tilde{q}) . \quad (\text{A.78})$$

Il faut remarquer une différence notable entre le GRQ et la présente formulation dans la manière d'obtenir cette dernière équation. Une partie de cette différence provient d'une différence de définition de $K_{1D}^M(\ell)$ et de $f^M(\ell, \tilde{q})$.

Notons de plus que d'un point de vue formel, le passage aux équations d'échelles à T_{x1} se fait de manière discontinue dans le GRQ. Dans le présent formalisme, il est en principe possible de faire ce passage de manière continue. Le découplage des canaux Cooper 2D et Peierls 2D s'accompagne d'un affaiblissement des noyaux Cooper 1D et Peierls 1D. Cet affaiblissement met un terme à l'évolution des fonctions de réponse de type 1D. Toutefois dans l'espace réel, les noyaux $K_{1D}^M(\ell)$ présentent des oscillations décroissantes sous T_{x1} . L'origine de ces oscillations est bien physique, elles se manifestent dans la fonction d'onde et dans la fonction de Green et sont la signature de la courbure de la surface de Fermi. Leur traitement dans le cadre de la renormalisation pose cependant des difficultés et fait partie des mises en garde fait au dernier paragraphe de la section A.3.

La solution de A.78 s'obtient aisément

$$\tilde{\mathcal{G}}^M(\ell, \mathbf{q}) = \frac{\tilde{\mathcal{G}}^M(\ell_{x_1}, \mathbf{q})}{1 - \tilde{\mathcal{G}}^M(\ell_{x_1}, \mathbf{q}) \int_{\ell_{x_1}}^{\ell} K^M(\ell', \tilde{\mathbf{q}}) d\ell'} . \quad (\text{A.79})$$

Dans ce régime de cohérence 2D, les fonctions de réponse se calculent à partir de

$$\frac{d}{d\ell} \ln \left(\bar{\chi}^M(\ell, \mathbf{q}) \right) = 2 \frac{d}{d\ell} \ln \left(z^M(\ell, \mathbf{q}) \right) = 2 \frac{d}{d\ell} \ln \left(\tilde{\mathcal{G}}^M(\ell, \mathbf{q}) \right) \quad (\text{A.80})$$

et

$$\chi^M(\ell, \mathbf{q}) = \chi^M(\ell_{x_1}, \mathbf{q}) - \frac{1}{2\pi v_F} \int_{\ell_{x_1}}^{\ell} \bar{\chi}^M(\ell', \mathbf{q}) K^M(\ell', \mathbf{q}) d\ell' \quad (\text{A.81})$$

Nous allons maintenant résoudre ces équations pour différents cas.

A.7.1 Régime d'emboîtement parfait

En l'absence de champ magnétique et de déviation à l'emboîtement parfait, le vecteur d'onde le plus favorable est $\mathbf{q}^0 = (0, 0)$ et $\mathbf{q}^1 = (2k_F, \pi/b)$ respectivement pour $M = 0$ et 1. Nous avons alors que $K^M(\ell', \mathbf{q}^M) = 1$ et les équations (A.79) à (A.81) deviennent

$$\tilde{\mathcal{G}}^M(\ell, \mathbf{q}^M) = \frac{\tilde{\mathcal{G}}^M(\ell_{x_1}, \mathbf{q}^M)}{1 - \tilde{\mathcal{G}}^M(\ell_{x_1}, \mathbf{q}^M)(\ell - \ell_{x_1})} \quad (\text{A.82})$$

$$\bar{\chi}^M(\ell, \mathbf{q}^M) = \frac{\bar{\chi}^M(\ell_{x_1}, \mathbf{q}^M)}{(1 - \tilde{\mathcal{G}}^M(\ell, \tilde{\mathbf{q}}^M)(\ell - \ell_{x_1}))^2} \quad (\text{A.83})$$

et

$$\begin{aligned} \chi^M(\ell, \mathbf{q}^M) &= \chi^M(\ell_{x_1}, \mathbf{q}^M) - \frac{1}{2\pi v_F} \int_{\ell_{x_1}}^{\ell} \bar{\chi}^M(\ell', \mathbf{q}^M) K^M(\ell', \mathbf{q}^M) d\ell' \\ &= \chi^M(\ell_{x_1}, \mathbf{q}^M) - \frac{1}{2\pi v_F} \frac{\bar{\chi}^M(\ell_{x_1}, \mathbf{q}^M)(\ell - \ell_{x_1})}{1 - \tilde{\mathcal{G}}^M(\ell, \mathbf{q}^M)(\ell - \ell_{x_1})} \end{aligned} \quad (\text{A.84})$$

L'expression de la température critique est donc

$$T_c^1 = T_{x^1} \exp\left(-\frac{1}{\tilde{\mathcal{G}}^1(\ell_{x_1}, \mathbf{q}^1)}\right) \quad (\text{A.85})$$

et le premier terme de correction provenant du champ magnétique a la même forme qu'en (2.40) et (2.41). Cependant, dans le présent cas $A^1(\omega_H, \ell_{x_1})$ est négatif et est donnée d'après (A.68) par

$$A^1(\omega_H, \ell_{x_1}) = -\frac{1}{12} \left(Q\bar{x}(\ell_x^1) \right)^2.$$

Il conduit donc à une réduction du couplage \mathcal{G}^1 d'où une réduction de la température critique. Contrairement au résultat analogue obtenue au chapitre 2, il y a ici deux sources à cette décroissance: le confinement induit par le champ de la propagation transverse à *une particule* et à *deux particules*.

A.7.2 Déviation à l'emboîtement parfait

En champ nul, le terme de saut interchaîne au second voisin n'a pas d'effet sur le vecteur optimal du canal Cooper: nous avons toujours $K^0(\ell, q_x = 0, q_y = 0) = 1$. Les équations restent donc les mêmes que pour le cas précédent. Pour le canal Peierls, la compétition entre la déviation à l'emboîtement parfait et l'effet cyclotron conduit à une cascade de transitions de phase d'onde de densité. Ce dernier cas permet un développement analytique dans le cadre de l'approximation à un seul gap. La transition de phase est alors déterminée par optimisation de la fonction

$$K^1(\ell, \mathbf{q}) \simeq K_N^1(\ell, \mathbf{q}_N) = \left| I_N \left(\frac{4t_b}{\omega_H} \cos(q_{y,N}b/2), \frac{2t_{2b}}{\omega_H} \cos(q_{y,N}b) \right) \right|^2$$

où $\mathbf{q}_N = (2k_F + NQ, q_{y,N})$. Ici, N et $q_{y,N}$ sont respectivement l'indice discret et le nombre d'onde permettant de maximiser la fonction I_N à un champ donné. Notons que le paramètre d'ordre associé à la phase N consiste en une paire électron-trou étendue sur N chaînes de Wannier. Nous remplaçons $K^1(\ell, \mathbf{q})$ par $K_N^1(\ell, \mathbf{q}_N)$ dans les équations (A.79) à (A.81) pour obtenir

$$\tilde{\mathcal{G}}^1(\ell, \mathbf{q}) = \frac{\tilde{\mathcal{G}}^1(\ell_{x_1}, \mathbf{q})}{1 - \tilde{\mathcal{G}}^1(\ell_{x_1}, \mathbf{q}) \int_{\ell_{x_1}}^{\ell} K_N^1(\ell', \mathbf{q}_N) d\ell'} . \quad (\text{A.86})$$

Nous avons cette fois

$$z^1(\ell, \mathbf{q}_N) = z^1(\ell_{x_1}, \mathbf{q}_N) \left[1 - \tilde{\mathcal{G}}^1(\ell_{x_1}, \mathbf{q}) \int_{\ell_{x_1}}^{\ell} K_N^1(\ell', \mathbf{q}_N) d\ell' \right]^{-1} , \quad (\text{A.87})$$

$$\bar{\chi}^1(\ell, \mathbf{q}_N) = \bar{\chi}^1(\ell_{x_1}, \mathbf{q}_N) \left[1 - \tilde{\mathcal{G}}^1(\ell_{x_1}, \tilde{q}) \int_{\ell_{x_1}}^{\ell} K_N^1(\ell_{x_1}, \mathbf{q}_N) d\ell' \right]^{-2} \quad (\text{A.88})$$

et

$$\chi^1(\ell, \mathbf{q}_N) = \chi^1(\ell_{x_1}, \mathbf{q}_N) - \frac{\bar{\chi}^1(\ell_{x_1}, \mathbf{q}_N)}{2\pi v_F} \int_{\ell_{x_1}}^{\ell} d\ell' \left[1 - \tilde{\mathcal{G}}^1(\ell_{x_1}, \mathbf{q}) \int_{\ell_{x_1}}^{\ell'} K_N^1(\ell'', \mathbf{q}_N) d\ell'' \right]^{-2} .$$

Ce formalisme permet donc de reproduire une cascade de transition de phase induite par le champ magnétique. Le numéro de chacune des phases de la cascade est donné par l'indice N et sa température de transition $T_{c,N}^1$ est fournie par la valeur de ℓ conduisant à une divergence dans les fonctions de réponse et dans (A.86). On en tire que

$$T_{c,N}^1 = T_{x_1} \exp \left(- \frac{2}{\tilde{\mathcal{G}}^1(\ell_{x_1}, \mathbf{q}_N) K_N^1(\ell_{x_1}, \mathbf{q}_N)} \right) . \quad (\text{A.89})$$

A.8 Régime de champ fort

À champ magnétique suffisamment fort, la condition $\bar{x}(\ell_{x_1}) > 2\pi/Q$ ($\omega_H > T_{x_1}$) est vérifiée et le régime de déconfinement à une particule cède la

place à un régime d'échange interchaîne dont la coupure est déterminée par $1/Q$. À partir de ce moment, les fonctions K_{1D}^M (A.51) et (A.52) se mettent à osciller entre 1 et $I_0^2(4t_b/\omega_H, 2t_{2b}/\omega_H)$. La valeur 1 est rencontrée à chaque fois que l'électron et le trou de la paire sont séparés par un multiple de $2\pi/Q$. Dans ce qui suit, nous négligeons l'influence de t_{2b} devant ω_H et développons les fonctions $K_{1D}^M(\ell)$, $K^M(\ell)$ et $K_{1D}^\Sigma(\ell)$ au deuxième ordre en t_b . Le traitement de ces oscillations est le dernier des points délicats dont on a fait référence à la section (A.3). Notre hypothèse ici sera de dire que la période $1/Q$ de ces oscillations est suffisamment courte devant $\bar{x}_0(\ell)$ pour que $\bar{x}_0(\ell + d\ell)$ englobe une ou plusieurs de ces oscillations. L'incrément $d\ell$ n'est plus vraiment infinitésimal et devrait s'interpréter formellement dans le cadre d'une transformation discrète. Cet incrément permet de remplacer les noyaux oscillants par leur moyenne. On obtient alors que

$$\begin{aligned} K_{1D}^M(\ell, q^M) &= J_0^2 \left(\frac{4t_b z^{-1}(\ell)}{\omega_H} \sin(Q\bar{x}/2) \right) \simeq 1 - \frac{2}{4} \left(\frac{4t_b z^{-1}(\ell)}{\omega_H} \sin(Q\bar{x}/2) \right)^2 \\ &\rightarrow 1 - \left(\frac{2t_b z^{-1}(\ell)}{\omega_H} \right)^2, \\ K^1(\ell, \mathbf{q}^M) &\rightarrow 1 - 2 \left(\frac{2t_b z^{-1}(\ell)}{\omega_H} \cos(q_y b/2) \right)^2, \end{aligned}$$

et

$$K_{1D}^\Sigma(\ell) \rightarrow 1 - \frac{3}{2} \left(\frac{2t_b z^{-1}(\ell)}{\omega_H} \right)^2.$$

Les équations différentielles pour $z(\ell)$ et $\bar{\chi}^1(\ell, q_y)$ s'écrivent cette fois,

$$\frac{d}{d\ell} \ln(z(\ell)) = \frac{\tilde{g}^2}{4} (1 - \frac{3}{2} \lambda_H) \equiv \theta_H$$

et

$$\frac{d}{d\ell} \ln(\bar{\chi}^1(\ell, q_y)) = \tilde{g}^1 \left[1 - 2\lambda_H^2 \cos(q_y b/2) \right] - 2\theta_H \equiv \gamma_H$$

où $\lambda_H = 2t_b z^{-1}(\ell_H)/\omega_H$. Enfin, le générateur de l'interaction interchaîne du canal Peierls s'écrit,

$$\tilde{f}^1(\ell, q_y^1) = -\frac{d\ell}{2} \left(\frac{2\tilde{g}^1 t_b z^{-1}(\ell)}{\omega_H} \right)^2 = -2\tilde{\mathcal{V}}^1 e^{2\theta_H \ell}$$

où $\tilde{V}^1 = \left(\frac{\tilde{g}^1 t_b}{\omega_H}\right)^2 e^{-2(\theta-\theta_H)\ell_H}$. L'expression approchée de l'interaction interchaîne se calcule à partir de

$$\tilde{V}^1(\ell, q^1) = \bar{\chi}^1(\ell, q^1) \left[\int_0^{\ell_H} d\ell' \frac{\tilde{f}^1(\ell', q^1)}{\bar{\chi}^1(\ell', q^1)} + \int_{\ell_H}^{\ell} d\ell' \frac{\tilde{f}^1(\ell', q^1)}{\bar{\chi}^1(\ell', q^1)} \right] \quad (A.90)$$

où la première intégrale donne en couplage faible

$$\int_0^{\ell_H} d\ell' \frac{\tilde{f}^1(\ell', q^1)}{\bar{\chi}^1(\ell', q^1)} \simeq - \left(\frac{g t_b x_0}{v_F} \right)^2 \frac{e^{(2-2\theta-\gamma^1)\ell_H}}{2-2\theta-\gamma^1} \quad (A.91)$$

alors que la deuxième intégrale donne

$$\begin{aligned} \int_{\ell_H}^{\ell} d\ell' \frac{\tilde{f}^1(\ell', q^1)}{\bar{\chi}^1(\ell', q^1)} &\simeq -2 \left(\frac{g^1 t_b}{\omega_H} \right)^2 e^{-(2\theta+\gamma^1)\ell_H} \frac{e^{-(2\theta_H+\gamma_H^1)(\ell-\ell_H)} - 1}{2\theta_H - \gamma_H^1} \\ &\simeq -2 \left(\frac{g^1 t_b}{\omega_H} \right)^2 \frac{e^{-(2\theta_H+\gamma_H^1)\ell}}{2\theta_H - \gamma_H^1} . \end{aligned} \quad (A.92)$$

Pour $\ell > \ell_H$, on a que $\bar{\chi}^1(\ell, q^1) \simeq e^{(\gamma^1-\gamma_H^1)\ell_H+\gamma^1\ell}$. En couplage faible, (A.90) se ramène alors à

$$V^1(\ell, q^1) = -e^{\gamma_H^1(\ell-\ell_H)} \left(\frac{g^1 t_b}{\omega_H} \right)^2 e^{-2\theta\ell_H} \left[\frac{1}{2-2\theta-\gamma^1} + \frac{2}{2\theta_H - \gamma_H^1} \right]$$

d'où on déduit comme température de crossover de l'interaction interchaîne une forme analogue à ce qui a été présentée à la fin de la section 2.7.

$$T_{x^2}^1 = \frac{\omega_H}{2\pi} \left(\frac{g^1 t_b}{\omega_H} \right)^{2/\gamma_H^1} (Q x_0/2)^{2\theta/\gamma_H^1} \sim H^{-(2-2\theta-\gamma_H^1)/\gamma_H^1} .$$

On déduit un comportement semblable pour T_c^1 .

Le même genre de calcul peut-être fait en couplage fort, nous avons alors au lieu de (A.91)

$$\int_0^{\ell_H} d\ell' \frac{\tilde{f}^1(\ell', q^1)}{\bar{\chi}^1(\ell', q^1)} \simeq - \left(\frac{g t_b x_0}{v_F} \right)^2 \frac{1}{|2-2\theta-\gamma^1|}$$

alors que (A.92) reste inchangé. L'expression approché de l'interaction interchaîne s'écrit maintenant

$$V^1(\ell, q^1) = -2 e^{\gamma^1 \ell_H} e^{\gamma_H^1 (\ell - \ell_H)} \left(\frac{g^1 t_b x_0}{v_F} \right)^2 \frac{1}{|2 - 2\theta - \gamma^1|}$$

d'où on déduit comme comportement de la température de crossover de l'interaction interchaîne en couplage fort

$$T_{x^2}^1 \propto H^{1-\gamma/\gamma_H^1}.$$

Notons que dans le régime de champ fort les résultats proposés ici sont tout à fait en accord avec ceux présentés à la section 2.7.

A.9 Discussion

Le formalisme que nous venons de présenter suggère cette fois que le champ magnétique réduit la température de transition du régime d'échange interchaîne. Il montre aussi que la seule occasion où il y a augmentation de la température critique sous l'effet cyclotron est lorsqu'il y a déviation à l'emboîtement dans le régime de cohérence interchaîne à une particule. Enfin, il prévoit que les termes correctifs provenant du saut interchaîne diminuent l'amplitude des exposants des fonctions de réponse et de l'énergie propre par rapport au régime 1D pure et qu'au contraire, l'effet cyclotron améliore le comportement unidimensionnel de ces exposants.

Les expressions de K_{1D}^M et K^M tirées de la représentation dans l'espace direct montre l'existence d'oscillations aux grandes longueurs, ceci en absence du champ ou non. Ce comportement s'explique de la manière suivante. En absence du champ, le saut interchaîne affaiblit, et même détruit en certains points de l'espace, la cohérence à une particule ainsi que les corrélations de paires (voir figure 34). À mesure que la distance intrachaîne parcourue augmente, l'amplitude du paquet d'ondes se distribue sur les chaînes voisines. Lorsqu'il atteint une probabilité de présence appréciable sur la première chaîne voisine, il peut aussi bien retourner sur la chaîne initiale ou continuer sa propagation

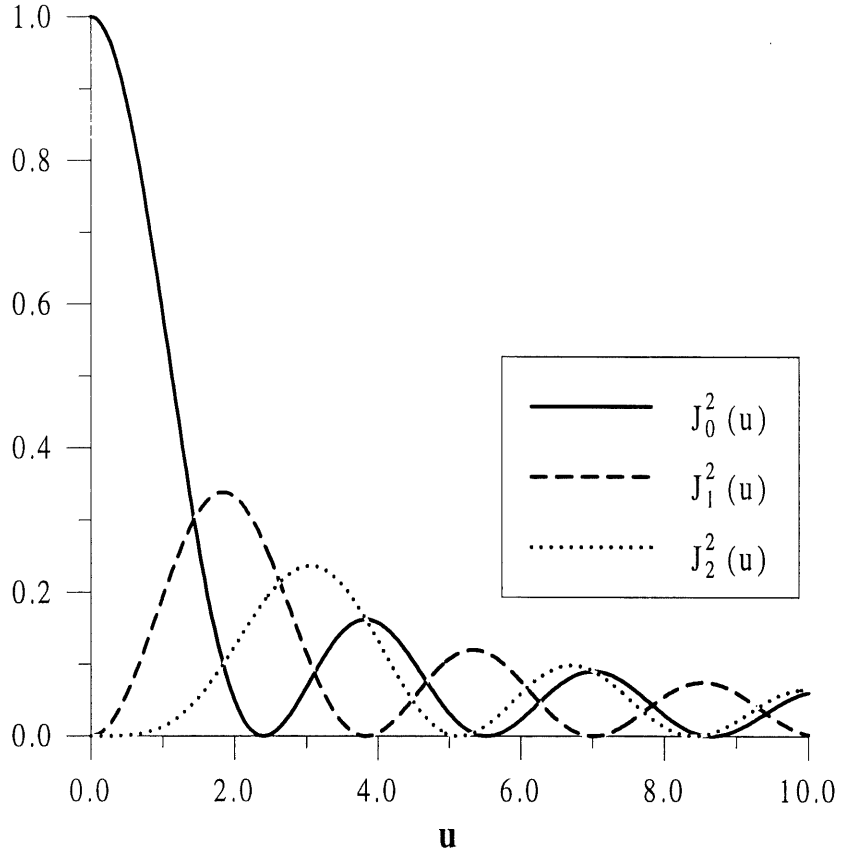


Figure 34: Amplitude des corrélations à deux particules dans l'espace direct en fonction de $2t_b\bar{x}/v_F$: (a) intrachaine $K_1^M D$, (b) saut au premier voisin $K_{j=1}^M$ et (c) saut au deuxième voisin $K_{j=2}^M$.

transverse. Sous champ magnétique, des maxima apparaissent dans K_{1D}^M chaque fois que la distance entre les deux particules est un multiple de $2\pi/Q$.

Ces comportements posent toutefois une difficulté dans le cadre du groupe de renormalisation. En fait, ils suggèrent que passé une certaine distance, le bris de la loi homogène est tel qu'une transformation d'échelle est carrément interdite. Aux plus grandes distances, le traitement qui semble le plus adéquat consiste en l'intégration complète des corrélations aux grandes distances tout en

tenant compte de la température. Cette intégration complète pourrait très bien être partagée en deux parties: la première de type parquet ferait intervenir les contributions de type 1D, K_{1D}^M , et une autre de type champ moyen faisant intervenir les autres contributions, $K^M - K_{1D}^M$. Cette dernière prend alors une forme comparable au terme générateur des interactions interchaîne.

ANNEXE B

Méthode de renormalisation en température

B.1 Motivation

Une lecture attentive des chapitres 2 et 3, ainsi que de l'annexe A fait ressortir un certain nombre de points qui invitent à l'interrogation. Il s'agit des difficultés et ambiguïtés rencontrées dans l'évaluation des corrections aux lois logarithmiques, la description détaillée des régimes de crossover et des régimes de basses énergies. Ces difficultés peuvent-elles être levées? Jusqu'où faut-il pousser l'analyse pour les résoudre? Vaut-il la peine de faire cette analyse?

Dans les années 80, les méthodes de renormalisation numériques ont déjà donné lieu à des déceptions toutes aussi, sinon plus, importantes. L'identification et l'analyse approfondie de ces insuccès ont permis à White et Noack^{[104][105]} (1992) d'établir le fameux algorithme de la matrice densité. Ils en ont retiré des résultats d'une étonnante précision. Leur démarche,^[106] inspirante, démontre le succès que peut produire une analyse serrée des résultats d'une méthode à parfaire: faire le répertoire de ses points d'achoppements, les analyser et proposer des alternatives plus efficaces.

Dans un premier temps, nous allons nous inspirer du travail de ces chercheurs pour entamer, très partiellement, une démarche similaire. Il est à espérer que cette démarche soit, pour ceux qui vont suivre, un bon point de départ à l'établissement d'une méthode de renormalisation particulièrement performante. Les points d'achoppement que nous avons rencontrés sont résumés dans ce qui suit.

Dans la formulation de l'espace réciproque, les termes d'origine cinétique ω_Z , t_b , t_{2b} et ω_H apportent des corrections à la loi logarithmique difficile à interpréter. Dans la partie haute énergie, ces corrections vont dans le sens contraire à celui donné par une analyse en température des fonctions de

réponses élémentaires. La situation se rétablit peu à peu une fois que le régime de crossover est traversé et à mesure que l'on s'approche de $E_F(\ell) = 0$. Durant la traversé de ces régimes de crossover, l'amplitude des exposants augmente puis diminue. Ce comportement est-il en accord avec l'hypothèse d'échelle étendue?

La formulation dans l'espace direct fût initialement développée dans le but d'approfondir les comportements que l'on vient de mentionner. La surprise est que cette dernière méthode prévoit des corrections sur la loi logarithmique qui sont souvent qualitativement opposées à celles obtenues par la formulation dans l'espace réciproque. De plus, l'évolution des exposants est cette fois monotonique tout au cours des régimes de courtes distances et ceux de crossover. Cette situation se gâte aux très grandes longueurs par l'apparition d'oscillations. Ces oscillations trouvent bien leurs justifications physique dans la forme des fonctions d'onde et de la surface de Fermi. Elles apportent toutefois des complications importantes lors de l'application d'une procédure d'intégration partielle.

Un dernier point concerne la nécessité ou non de prendre en compte de la véritable surface de Fermi lors de l'attribution des pattes externes. Par véritable surface de Fermi on entend celle résultant de la levée de dégénérescence par l'effet Zeeman ou par le saut interchaîne. Dans le cas où les diagrammes ne conservent pas l'énergie, nous avons proposé l'application de la règle d'or de Fermi en présence d'un bain thermique. Cette proposition peut sembler artificielle. Elle devient plus intéressante si l'on garde en perspective les fondements de la méthode de la matrice densité développée par White: les blocs intégrés doivent être reliés à leur environnement, la pondération de tous états intégrés est fournie par cet environnement à travers la matrice densité. Dans notre cas, l'effet de l'environnement provient des termes Zeeman et interchaînes. Le fait de tenir compte de la véritable surface de Fermi et d'utiliser la règle d'or de Fermi peut très bien être la première contribution provenant de la matrice densité. De toute manière, il vaut la peine d'envisager dans le futur une méthode de renormalisation analytique ou semi-analytique basée sur la matrice densité. Permettrait-elle d'éclaircir le comportement des exposants dans

le régime de crossover? Pourrait-elle réconcilier des approches développées dans l'espace réel et dans l'espace réciproque?

Le point de vue abordé dans la suite de cet annexe consiste à mettre de côté la matrice densité et de prendre de front la question des différences observées entre les deux méthodes de renormalisation présentées dans cet ouvrage. Rappelons qu'elles sont basées sur l'intégration *partielle* des degrés de liberté et ne sont donc pas en contradiction avec l'égalité de Parseval. Une procédure dont les résultats sont indépendants de la représentation est pourtant plus que souhaitable. Nous allons donc proposer une méthode s'inspirant du groupe de renormalisation multiplicatif. Elle est basée sur l'intégration complète des degrés de liberté. Son paramètre de renormalisation est externe, indépendant de la représentation, et directement lié aux données expérimentales. Il s'agit de la température.

L'application de cette méthode sera illustrée sur un système Q-1D de fermions de spin 1/2 dont la partie longitudinale de la bande a été linéarisée. La représentation choisie est celle de l'espace direct. Il restera à s'assurer dans un travail futur que cette procédure est en accord avec le groupe de Lie. Notons qu'une généralisation de cette méthode au cas où la bande n'a pas été linéarisée est tout à fait envisageable.

B.2 L'action

La fonction de partition possède ici la même forme que (A.7). La partie libre de l'action prend une forme similaire à l'équation (A.8) exception faite que l'on prend en compte du terme Zeeman dans le nombre d'onde de Fermi: $k_{F,s} = k_F - s\omega_Z/v_F$ où ω_Z est l'énergie Zeeman et s la projection selon \hat{z} du spin. Nous écrivons donc que

$$S^0[\psi^*, \psi] = \sum_{k_y, s} \int d\tilde{x} \psi_{\alpha, s}^*(\tilde{x}, k_y) G_{\alpha, s}^{-1}(\tilde{x}, k_y) \psi_{\alpha, s}(\tilde{x}, k_y), \quad (B.1)$$

où

$$G_{\alpha, s}^{-1}(\tilde{x}, k_y) = \left[G_{\alpha, s}^{1D}(\tilde{x}) \right]^{-1} + 2t_b \cos(k_y b - Qx) + 2t_{2b} \cos(2k_y b - 2Qx)$$

et

$$\left[G_{\alpha,s}^{1D}(\tilde{x})\right]^{-1} = -\frac{\partial}{\partial\tau} - v_F \left(-i\alpha\frac{\partial}{\partial x} - k_{F,s}\right) .$$

On en retire qu'il suffit de multiplier les fonctions de Green de fermions sans spin définies en (A.10) et (A.13) par $e^{-i\alpha s\omega_Z(x-x')}$ pour obtenir les fonctions de Green de fermions de spin 1/2, $G_{\alpha,s}(\tilde{r},\tilde{r}')$ et $G_{\alpha,s}^{1D}(x-x')$.

La partie interactive de l'action prend une forme similaire à (3.1) exceptée que l'on y ajoute un indice de chaîne, j ,

$$\begin{aligned} S_I[\psi^*,\psi] = & - \sum_{\alpha,\{s\},i,j} g_i(\{s\}) \int d\tilde{x} \, \psi_{\alpha,s_1,j}^*(\tilde{x}) \psi_{-\alpha,s_2,j}^*(\tilde{x}) \psi_{-\alpha,s_3,j}(\tilde{x}) \psi_{\alpha,s_4,j}(\tilde{x}) , \\ & - \frac{1}{2} \sum_{\alpha,s,j} g_3 \int d\tilde{x} \, e^{i\alpha 4k_F x} \psi_{\alpha,s,j}^*(\tilde{x}) \psi_{-\alpha,-s,j}^*(\tilde{x}) \psi_{-\alpha,-s,j}(\tilde{x}) \psi_{\alpha,s,j}(\tilde{x}) , \end{aligned} \quad (B.2)$$

où $g_i(\{s\}) = (-1)^i \left(g_{i,\parallel} \delta_{s_1,s_2} \delta_{s_3,s_4} + g_{i,\perp} \delta_{s_1,-s_2} \delta_{s_3,-s_4}\right) \delta_{s_2,s_3}$ pour $i = 1, 2$, et s désigne la projection du spin selon \hat{z} . La partie champs sources de l'action s'écrit

$$S_h[\psi^*,\psi] = \sum_{M,\alpha,j} \int d\tilde{x} \, h^{M*}(\tilde{x},j) \mathcal{O}^M(\tilde{x},j) + c.h.$$

où les opérateurs composites sont données par

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_{\mu,j}^0(x,\tau) &= \sum_{\alpha,s} s \sigma_{\mu}^{s,s'} \psi_{-,-s,j}(x,\tau) \psi_{+,s',j}(x,\tau) , \\ \mathcal{O}_{\mu,j}^1(x,\tau) &= \sum_{\alpha,s} \sigma_{\mu}^{s,s'} \psi_{-,s,j}^*(x,\tau) \psi_{+,s',j}(x,\tau) . \end{aligned} \quad (B.3)$$

Comme dans l'annexe précédent, les fonctions de réponse de type 1D sont établies en tenant compte de tous les aller-retour sur une chaîne de paires de particules qui ont une étendue transverse nulle. En absence d'effet Zeeman, les fonctions de réponses élémentaires Peierls et Cooper 1D évaluées à la température T s'expriment selon,

$$\chi_{1D}^1(T) = \Re e \, \frac{2}{\xi_T} \int_{\Lambda}^{\infty} dx \, \frac{I_0^2(u(x),v(x))}{\sinh(2x/\xi_T)}$$

et

$$\chi_{1D}^0(T) = \frac{2}{\xi_T} \int_{\Lambda}^{\infty} dx \frac{|I_0(u(x), v(x))|^2}{\sinh(2x/\xi_T)}$$

où Λ est de l'ordre du pas du réseau. La partie 1D de l'énergie propre est décrite par

$$\Sigma_{1D}(T) = \Re e \frac{2}{\xi_T^2} \int_{\Lambda}^{\infty} dx x \frac{|I_0(u(x), v(x))|^2 I_0(u(x), v(x))}{\cosh(2x/\xi_T) - 1}$$

alors que la fonction de réponse élémentaire Peierls 2D s'écrit

$$\chi^1(\ell, \mathbf{q}) = \Re e \frac{2}{\xi_T} \int_{\Lambda}^{\infty} dx I_0(2u(x) \cos(q_y/2), 2v(x) \cos(q_y)) \frac{e^{i(q_x - 2k_F)x}}{\sinh(2x/\xi_T)}.$$

Les équations de renormalisation sont construites à l'aide des dérivées de ces fonctions par rapport à $\log(T_0/T)$ où T_0 est la valeur de la température au début de la renormalisation. Cette valeur devrait correspondre à la température où les paramètres initiaux du modèle (E_F , t_b , t_{2b} , $\{g\}$) sont supposés connus.

Les noyaux Peierls et Cooper 1D, $K_{1D}^1(\ell)$ et $K_{1D}^0(\ell)$, sont donc définis par

$$K_{1D}^1(\ell) = 1 - T \frac{d}{dT} \Re e \frac{2}{\xi_T} \int_{\Lambda}^{\infty} dx \frac{I_0^2(u(x), v(x)) - 1}{\sinh(2x/\xi_T)}$$

$$K_{1D}^0(\ell) = 1 - T \frac{d}{dT} \frac{2}{\xi_T} \int_{\Lambda}^{\infty} dx \frac{|I_0(u(x), v(x))|^2 - 1}{\sinh(2x/\xi_T)}$$

Pour la partie 1D de la contribution à l'énergie propre, nous aurons

$$K_{1D}^{\Sigma}(\ell) = 1 - T \frac{d}{dT} \Re e \frac{2}{\xi_T^2} \int_{\Lambda}^{\infty} dx x \frac{|I_0(u(x), v(x))|^2 I_0(u(x), v(x)) - 1}{\cosh(2x/\xi_T) - 1}$$

La partie bidimensionnel du noyau de la fonction de réponse auxiliaire Peierls est évaluée, quant à elle, à partir de

$$K^1(\ell, \mathbf{q}) - 1 = - \Re e T \frac{d}{dT} \frac{2}{\xi_T} \int_{\Lambda}^{\infty} dx I_0(2u(x) \cos(q_y/2), 2v(x) \cos(q_y)) \frac{e^{i(q_x - 2k_F)x} - 1}{\sinh(2x/\xi_T)}.$$

Si le système est suffisamment anisotrope, il n'y a pratiquement aucune conséquence à prolonger la borne d'intégration inférieure à zéro. Les seules

conséquences attendues sont, au plus, une légère redéfinition du paramètre T_0 et des couplages. Grâce à ce prolongement et grâce au changement de variable $2x/\xi_T \rightarrow x'$, la dérivée sur la température n'affectera que le numérateur des intégrants. Les expressions de $K_{1D}^M(\ell)$, $K_{1D}^\Sigma(\ell)$ et $K^1(\ell, \mathbf{q})$ ci-dessus, sont supposées valides dans un intervalle de températures allant de T_0 jusqu'aux abords du régime critique.

Comme première approximation, l'effet de la déviation à l'emboîtement dans la partie unidimensionnelle des équations. Cette approximation se justifie si $t_b \gg t_{2b}$ puisque, dans ce cas, l'échelle de longueur où les canaux unidimensionnels Cooper et Peierls diffèrent l'un par rapport à l'autre se situe dans un régime où leur amplitude est négligeable. On pose donc que $K_{1D}^0 = K_{1D}^1$. Par conséquent, les équations de renormalisation des couplages 1D conservent une structure similaire à celle établie au chapitre 3. Plus précisément nous avons que,

$$\begin{aligned}
\frac{d}{d\ell} \tilde{g}_{1,\perp} &= -\tilde{g}_{1,\perp} \tilde{g}_\sigma K_{1D}^1(\ell) - \frac{\tilde{g}_{1,\perp}^3 + \tilde{g}_{1,\perp} \tilde{g}_\sigma^2}{4} K_{1D}^\Sigma(\ell) , \\
\frac{d}{d\ell} \tilde{g}_\sigma &= -\tilde{g}_{1,\perp}^2 K_{1D}^1(\ell) - \frac{\tilde{g}_{1,\perp}^2 \tilde{g}_\sigma}{2} K_{1D}^\Sigma(\ell) \\
\frac{d}{d\ell} \tilde{g}_\rho &= -\tilde{g}_3^2 K_{1D}^1(\ell) - \frac{\tilde{g}_3^2 \tilde{g}_\rho}{2} K_{1D}^\Sigma(\ell) , \\
\frac{d}{d\ell} \tilde{g}_3 &= -\tilde{g}_3 \tilde{g}_\rho K_{1D}^1(\ell) - \frac{\tilde{g}_3^3 + \tilde{g}_3 \tilde{g}_\rho^2}{4} K_{1D}^\Sigma(\ell) \\
\frac{d}{d\ell} \ln(z_1^{-1}(\ell)) &= -\left(\theta_\rho + \theta_\sigma + \frac{3\tilde{g}_{1,\perp}^2 + 3\tilde{g}_3^2}{16} \right) K_{1D}^\Sigma(\ell)
\end{aligned} \tag{B.4}$$

où

$$\begin{aligned}
g_\sigma &= g_{1,\parallel} - g_{2,\parallel} + g_{2,\perp} = g_\rho + 2g_{2,\perp} , & g_\rho &= g_{1,\parallel} - g_{2,\parallel} - g_{2,\perp} , \\
\theta_\sigma &= (\tilde{g}_\sigma^2 - \tilde{g}_{1,\perp}^2)/16 , & \theta_\rho &= (\tilde{g}_\rho^2 - \tilde{g}_3^2)/16 ,
\end{aligned}$$

alors que $\{\tilde{g}\} = \{g/\pi v_F\}$. D'autre part, les fonctions de réponses auxiliaires $\bar{\chi}_\mu^M(\ell, q_x)$ sont obtenues de (3.4) en remplaçant $g_\mu^{M,U}$ par $g_\mu^{M,U} K_{1D}^1$. Enfin, le terme générateur prend la même forme qu'en (A.74) alors que l'équation de

renormalisation de l'interaction générée est donnée par (A.70) où cette fois $K^1(\ell, \mathbf{q})$ est donnée par l'expression ci-dessus. Il est important de souligner que l'introduction de K_{1D}^1 telle que nous venons de le faire dans l'ensemble des équations de renormalisation de la partie 1D n'est correcte que dans l'hypothèse où $K_{1D}^1 = K_{1D}^0$. Dans le cas contraire, K_{1D}^0 doit apparaître explicitement et remplace même certains des K_{1D}^1 ci-dessus. Ceci a pour conséquence que les équations des couplages n'ont plus la forme habituelle.

La seconde approximation consiste à poser que le vecteur d'emboîtement bidimensionnel est égal au vecteur d'emboîtement transverse, $\mathbf{q}_t = (2k_F, \pi/b)$. D'autre part, nous tenons compte de l'effet Zeeman en éliminant $g_{1,\perp}$ lorsque $T \geq 4\omega_Z$.

Ces approximations permettent d'éviter un bon nombre d'intégrations numériques à chaque étape ℓ . En particulier, pour la bulle Peierls 1D en champ nul, il suffit de faire une interpolation "spline" de

$$K_{1D}^1(\ell) = 1 - 2a_T \int_0^\infty du J_0(a_T u) J_1(a_T u) \frac{u}{\sinh(u)}$$

pour un ensemble suffisamment grand de valeurs de a_T où $a_T = t_b/\pi T$. Une procédure analogue est employée pour $K^\Sigma(\ell)$ et $K^1(\ell, q_y = \pi/b)$. En présence du champ, nous avons par contre que

$$K_{1D}^M(\ell) = 1 - \Im \sum_{n,m} J_n^2(2t_b/\omega_H) J_m^2(2t_b/\omega_H) b_{n+m} \Psi(1, 1/2 + ib_{n+m})$$

$$K^1(\ell, q_y = \pi/b) = 1 - \Im \sum_n J_n^2(2t_b/\omega_H) 2b_n \Psi(1, 1/2 + ib_n)$$

où $b_n = \omega_H n/4\pi T$, $\Psi(1, x)$ est la première dérivée de la fonction digamma et \Im signifie de prendre la partie imaginaire. La fonction $b_n \Im \Psi(1, 1/2 + ib_n)$ est représentée par une interpolation "spline" appliquée pour $b_n \in [0, 5]$ et par la suite sa convergence vers 1 est lissée suivant une loi de puissance. Un traitement semblable est appliqué à l'énergie propre en présence du champ

$$K_{1D}^\Sigma(\ell) = 1 - \sum_{n,m,p} J_n^2(2t_b/\omega_H) J_m^2(2t_b/\omega_H) J_p^2(2t_b/\omega_H) b_{n+m+p} F_\Sigma(b_{n+m+p})$$

où

$$F_{\Sigma}(b_T) = \int_0^{\infty} \frac{u^2}{2} \frac{\sin(2b_T u)}{\sinh^2(u/2)} du.$$

Les fonctions $b_T \Psi(1, b_T)$ et $b_T F_{\Sigma}(b_T)$ sont présentées à la figure 35.

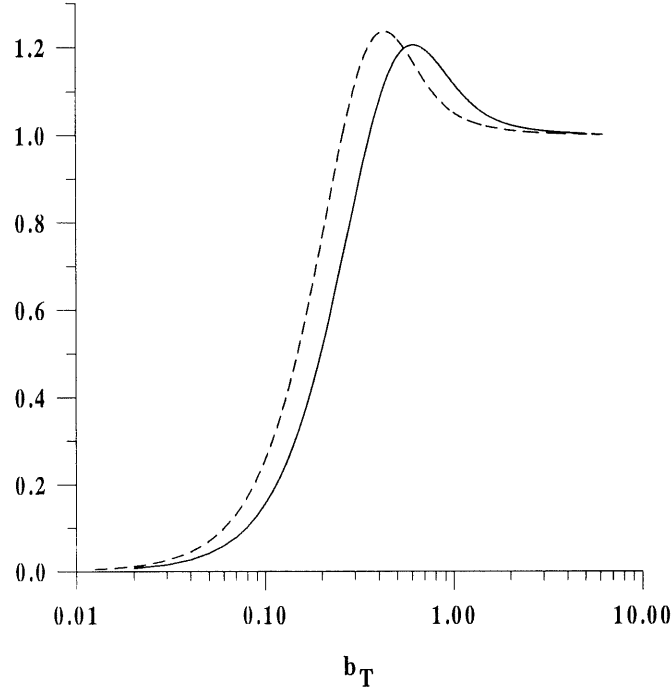


Figure 35: Tracés des fonctions $x \Re e \Psi(1, 1/2 + x)$ (ligne continue) et $x F_{\Sigma}(x)$ (ligne brisée).

Les figures 36, 37 et 38 présentent la dépendance en température des fonctions $K_{1D}^1(\ell)$, $K_{1D}^{\Sigma}(\ell)$ et $K^1(\ell, q_y)$ pour quelques valeurs de la fréquence cyclotron. Elles montrent que les fonctions $K_{1D}^1(\ell)$, $K_{1D}^{\Sigma}(\ell)$ et $K^1(\ell, q_y)$ convergent vers leur forme respective en champ nul à mesure que la fréquence cyclotron diminue. Il vaut la peine d'indiquer ici qu'il faut conserver l'intégrité des fonctions $x \Re e \Psi(1, 1/2 + x)$ et $x F_{\Sigma}(x)$ pour atteindre cette convergence. L'emploi d'une coupure artificielle telle que $\max(x \Re e \Psi(1, 1/2 + x)) = 1$ ou $\max(x F_{\Sigma}(x)) = 1$ ferait que les fonctions $K_{1D}^1(\ell)$, $K_{1D}^{\Sigma}(\ell)$ et $K^1(\ell, q_y)$ convergeraient vers des formes qui sont loin d'être celles qu'elles ont en champ

nul. Conserver cette intégrité conduit toutefois à un comportement non-naturel de $K^1(\ell, q_y)$ lorsque $\omega_H \sim t_{2b}$. Nous attribuons ce comportement au fait que le véritable vecteur d'emboîtement n'est pas le vecteur d'emboîtement transverse, $\mathbf{q}_t = (2k_F, \pi/b)$, mais un autre vecteur qui devrait être déterminé par optimisation de $K^1(\ell, q_y)$.^[30,29]

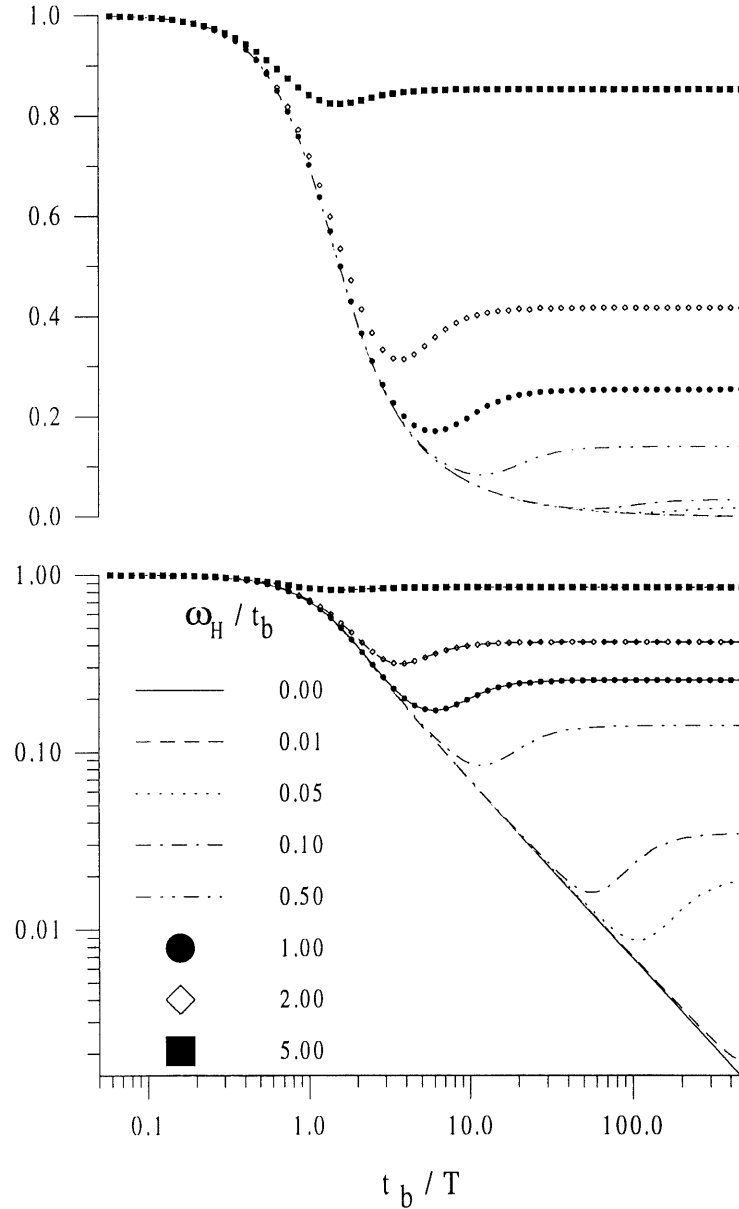


Figure 36: K^1_{1D} en fonction de t_b/T et ω_H/t_b .

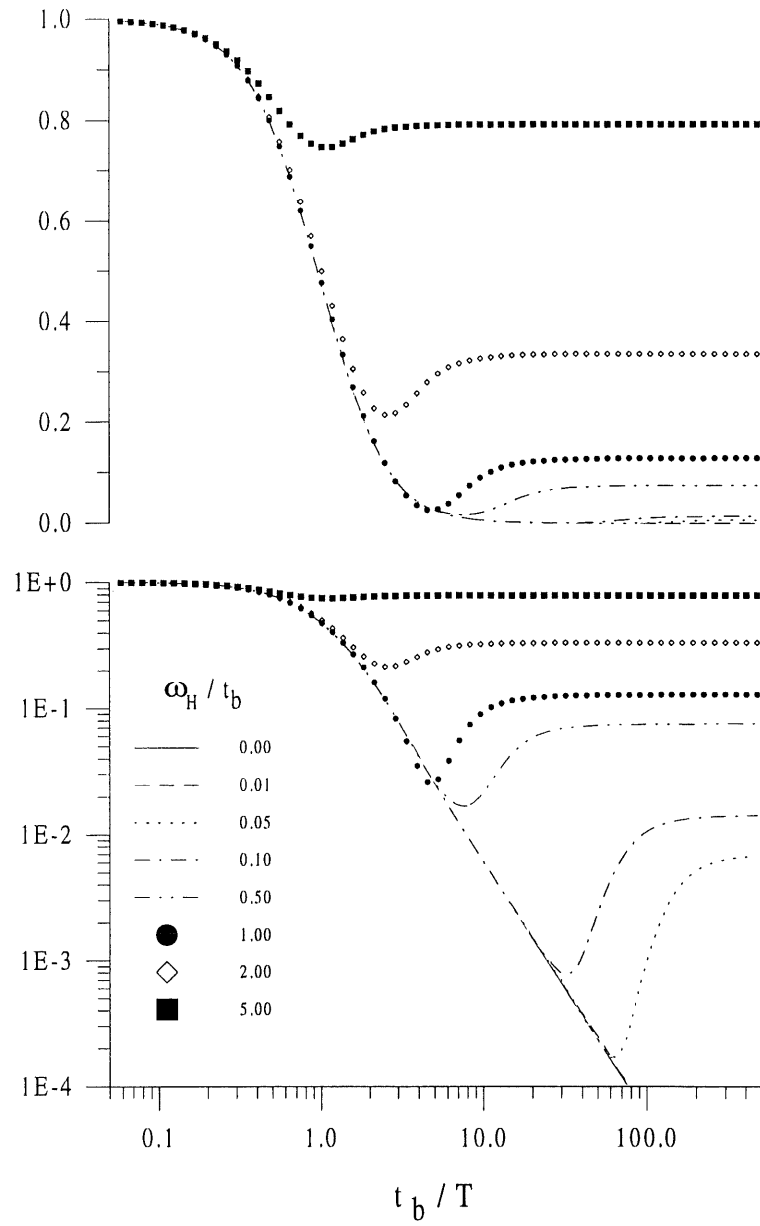


Figure 37: K_{1D}^{Σ} en fonction de t_b/T et ω_H/t_b .

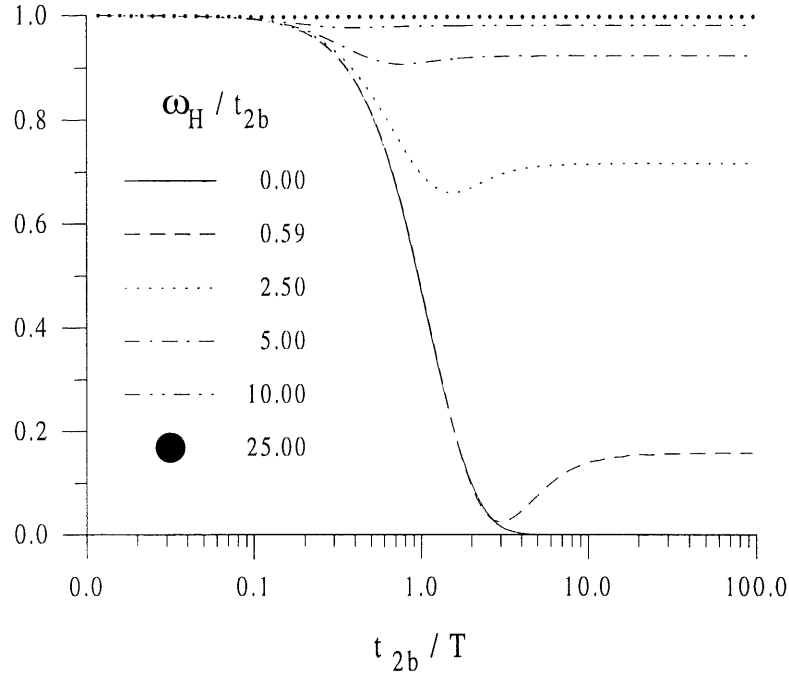


Figure 38: K^1 en fonction de $2t_{2b}/T$ et ω_H/t_{2b} .

B.3 Diagramme de phase température-pression

Les conditions initiales insérées dans le calcul de ce diagramme de phase sont les interactions \tilde{g}_i , la largeur de bande $T_0 = E_F$, le saut interchaîne au premier voisin t_b et au second voisin t_{2b} . Les résultats à la sortie sont: la température de localisation de charge, T_ρ , déterminée par la condition $\tilde{g}_3(T_\rho) = 1$; la température associée à l'apparition de fluctuations antiferromagnétiques, T_{fl} , déterminée par $V_\mu^1(T_{fl}) = 1$ où $\mu = 1, 2$ ou 3 ; la température de déconfinement à une particule, T_{x1} , définie par $t_b/2z = T_{x1}$, et enfin la température critique de l'état antiferromagnétique, T_c , déterminée par la condition où $V_{\mu=1,2,3}^1$ diverge. Notons que la température de déconfinement à deux particules, T_{x2} , coïncide avec T_{fl} lorsque $T_{fl} > T_{x1}$.

Deux diagrammes de phase température-pression sont présentés à partir de deux séries de paramètres décrivant des conducteurs organiques Q1D. La

première série de paramètres est tirée de la référence [89].

$$E_F(P) = 1700e^{P/80}$$

$$\tilde{g}_1(P) = \tilde{g}_2(P) = 1.2e^{-P/80} , \quad g_3(P) = 0.20e^{-0.06255P}$$

$$t_b(P) = E_F/30$$

et $t_{2b}(P) = t_b(P)/12$. La figure 39 illustre le diagramme de phase obtenu à partir de ces paramètres initiaux. Les températures T_ρ , T_{fl} , T_{x1} et T_c y sont présentées en fonction de la pression. Les courbes portant des cercles et des losanges représentent respectivement T_c et T_{fl} en absence de déviation à l'emboîtement. Naturellement, cette déviation a un impact beaucoup plus grand sur la valeur de la température critique que sur T_{fl} .

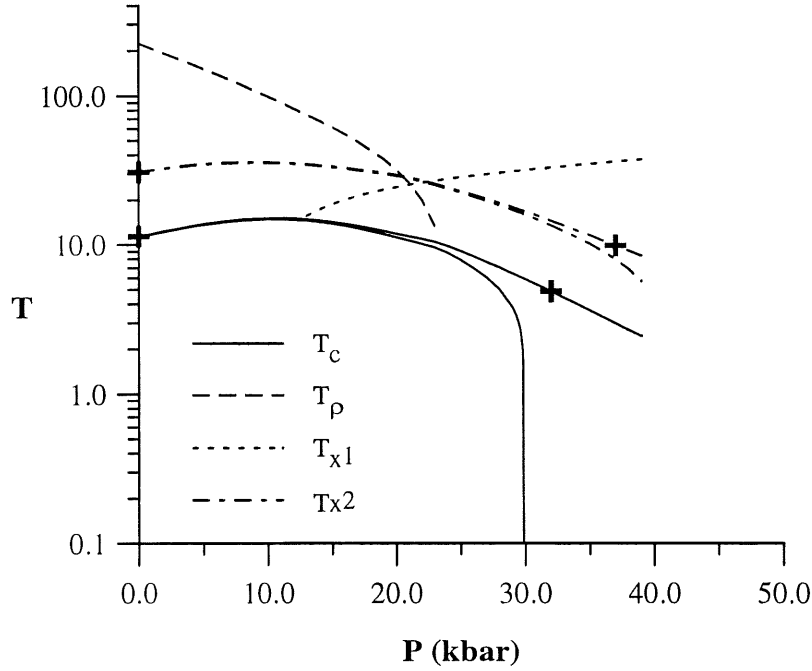


Figure 39: Diagramme de phase température pression tiré de la première série de paramètres d'entrée. Les courbes portant des cercles et des losanges représentent les résultats obtenus en absence de déviations à l'emboîtement.

L'allure générale de ce diagramme reproduit assez bien celui de la figure 3. Pour T_ρ ce n'est pas une surprise car d'après la référence [89], la dépendance

de \tilde{g}_3 a été choisie en conséquence. Dans la région où elle est pertinente, cette température fait donc partie des paramètres d'entrée du modèle. L'aspect de la décroissance de T_c en fonction de P est qualitativement semblable à celle de la figure 3 mais diffère quelque peu du résultat de la référence [89]. Nous avons pourtant suivi la recommandation faite dans cette référence de borner l'exposant γ^1 : $\gamma^1 \leq 1$.

La forme générale du diagramme est encourageante cependant il faut admettre que les valeurs de T_c sont beaucoup plus basses que les valeurs expérimentales. De plus, T_c chute à une pression de seuil trop basse. Ce point dernier point peut être amélioré grâce à l'utilisation d'un noyau bidimensionnel tenant compte du fait que le vecteur d'emboîtement s'éloigne progressivement du vecteur d'onde transverse $\mathbf{q}_t = (2k_F, \pi)$ à mesure que la pression augmente. La phase antiferromagnétique peut alors se prolonger un peu plus loin en pression.

Un point important à souligner est que notre modèle ne tient pas compte des phonons. Il ne nous est donc pas possible de décrire la phase spin-Peierls qui devrait avoir lieu sous 8 kbar ni la compétition entre cette phase et la phase antiferromagnétique.

Nous observons enfin que la température de déconfinement à une particule ne devient pertinente qu'aux environs de 25 kbar et que sa valeur augmente en fonction de la pression.

La seconde tentative est exécutée en modifiant les paramètres précédents de la façon suivante, $\tilde{g}_3 = 0.22 \exp(-0.0666P)$, $t_b(P) = 1.15 E_F(P)/30$ et $t_{2b}(P) = 0.555 t_b(P)/12$. Le diagramme que l'on en retire est présenté à la figure 40. Par ce second choix de paramètres initiaux, la forme de T_c calculée est encore plus proche de celle présentée à la figure 3. Naturellement, la température de localisation de charge, T_ρ , est pratiquement inchangée. Il faut toutefois admettre que nous avons modifié t_{2b} dans le but d'ajuster la chute rapide de T_c à la pression de 35 kbar. Le fait que le rapport $t_{2b}/t_b = 1/22$ soit proche de celui utilisé par plusieurs auteurs^[29,30,31] peut-être une question de

coïncidence. En fait, les amplitudes respectives de t_b et de t_{2b} sont beaucoup plus faibles que celles habituellement utilisées pour décrire les ODSIC.

La comparaison des figures 39 et 40 montre que lorsque l'on augmente sa valeur globale, T_{fl} augmente et T_{x1} se déplace vers les plus basses pressions. La présence de l'une et/ou l'autre de ces deux températures à proximité de T_ρ provoque une chute de cette dernière et la rend rapidement non-pertinente. Il est donc difficile d'augmenter t_b sans affecter T_ρ . D'un autre côté, modifier l'un des paramètres d'interactions sans affecter T_ρ nécessite un réajustement des autres couplages ou de l'énergie de Fermi. Une telle entreprise ne peut donc être faite sans une longue suite d'essais à moins qu'une partie des paramètres initiaux ne soit connue de manière non équivoque.

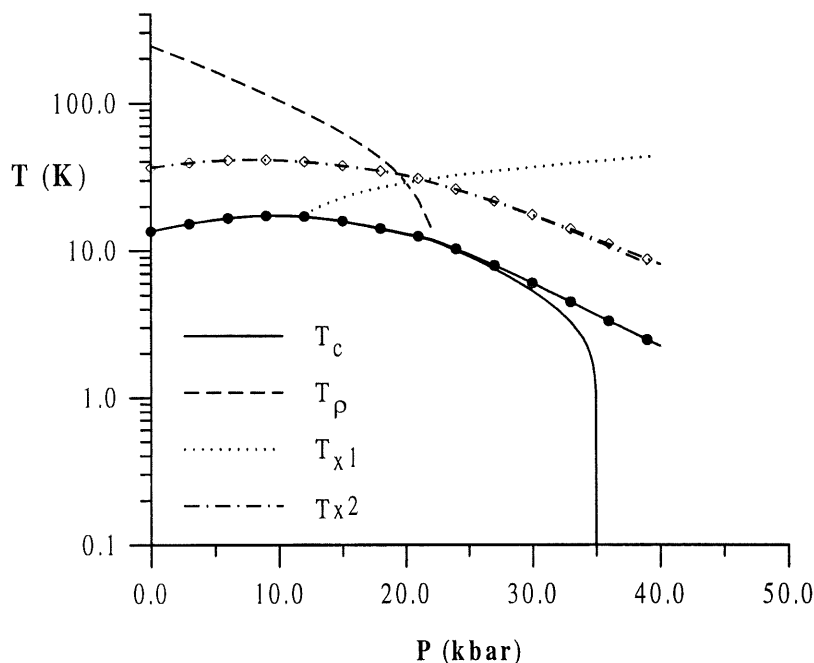


Figure 40: Diagramme de phase température-pression obtenu à partir de la deuxième série de paramètres initiaux. Les courbes portant des cercles et des losanges ont la même signification qu'à la figure précédente.

B.4 Caractéristiques générale du diagramme de phase TPH

Le nouveau paramètre qu'il faut introduire est la fréquence cyclotron. Celle-ci dépend de la pression car elle est le produit des pas de réseau longitudinal et transverse ainsi que de la demi-largeur de bande longitudinale $2t_a$. Nous poserons $\omega_H/H = 2.79e^{-P/80}$ kelvin/tesla afin de retrouver à $P = 35\text{kbar}$ la fréquence cyclotron admise pour le $\text{TMTST}_2\text{ClO}_4$, soit $\omega_H/H = 1.8$ kelvin/tesla.

Nous avons vérifié que le terme Zeeman a peu d'effet car $g_{1,\perp}$ est déjà très faible aux grandes longueurs même en absence de ce terme.

B.4.1 Présentation des résultats

Les figures 41, 42 et 43 présentent T_c en fonction de la fréquence cyclotron pour quelques valeurs de la pression et pour la seconde série de paramètres initiaux. Ces figures montrent qu'à faible pression (0 à 20kbar), T_c ne varie pratiquement pas lorsque $\omega_H < T_c$. En fait, sa décroissance n'apparaît clairement que lorsque $\omega_H \sim 2T_c \sim T_{fl}$. À plus forte pression (30 à 40 kbar), T_c augmente d'abord avec le champ, passe par un maximum et décroît ensuite selon un comportement analogue à celui observé à faible pression. Nous pouvons vérifier que l'augmentation de T_c sous le champ disparaît lorsque l'on impose une valeur nulle à la déviation à l'emboîtement. Cette augmentation est donc la manifestation de la compétition entre l'effet cyclotron et la déviation à l'emboîtement, ce qui concorde au résultat établi par Montambaux dans le cadre d'un traitement de type champ moyen.^[97] Soulignons que pour une description plus exacte de la partie faible champ, il nous faut tenir compte du fait que le vrai vecteur d'emboîtement n'est pas \mathbf{q}_t .

Quant à la décroissance de T_c à fort champ, elle provient d'une intensification du comportement unidimensionnel à mesure que le champ augmente, alors que l'existence d'une valeur de seuil de ω_H pour l'apparition de

cette décroissance provient de la forme en paliers que prennent les noyaux 1D lorsque le champ est présent (figures 36 et 37). Ces paliers doivent être suffisamment élevés pour influencer la température critique, ce qui contraste avec les résultats obtenus à partir des développements perturbatifs sur la fréquence cyclotron du chapitre 2 et de l'annexe A.

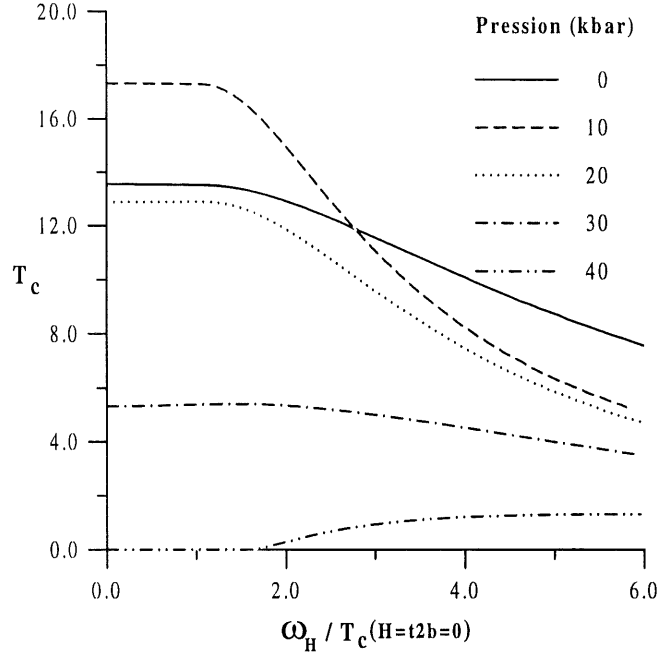


Figure 41: Température critique en fonction de la fréquence cyclotron pour quelques valeurs de la pression.

La figure 44 présente T_{fl} en fonction de la fréquence cyclotron. Ici, l'effet du champ se démarque de manière beaucoup plus nette de celui sur T_c . Sa décroissance en fonction du champ ne commence qu'à partir de $\omega_H \simeq T_{fl}$.

Le comportement de T_{x1} en fonction du champ n'est pas présenté car nous n'avons pas observé de variation notable lorsque cette température est pertinente pour valeurs de champ utilisées. Le champ magnétique a donc ici peu d'effet sur le critère $t_b/2T_{x1} = 1$. De plus, comme le montre la figure 36, le champ magnétique a un effet trivial sur le critère $K_{1D}^1 = 0.5$. Cette figure

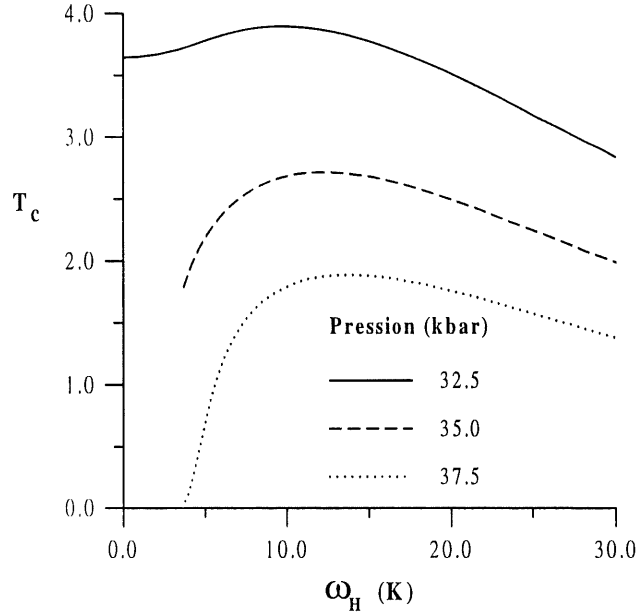


Figure 42: Température critique en fonction de la fréquence cyclotron pour des pressions voisine de 35 kbar. Pour les courbes de 35 et 37 kbar, une partie du domaine en champ faible n'est pas représentée. Il s'agit du régime des ODSIC.

indique que, lorsque ce dernier critère est vérifié, sa position en température ne varie pratiquement pas et qu'en plus il traduit mal le fait que l'interférence entre les canaux Peierls et Cooper puisse exister à plus basse température. Un critère qui semble mieux caractériser cette interférence en présence du champ serait celui basé sur l'étalement transverse de la fonction d'onde et menant à la relation (1.41).

Un autre effet attendu était la localisation de charge induite sous champ.^[101] Selon les paramètres utilisés, T_ρ augmente en fonction du champ que lorsque celui-ci est très fort. Par exemple, à $P = 25\text{kbar}$ il n'apparaît qu'à $H = 32$ tesla. Cette situation s'aggrave à pression plus élevée et ne change pas de façon notable si l'on passe à la première série de paramètres initiaux.

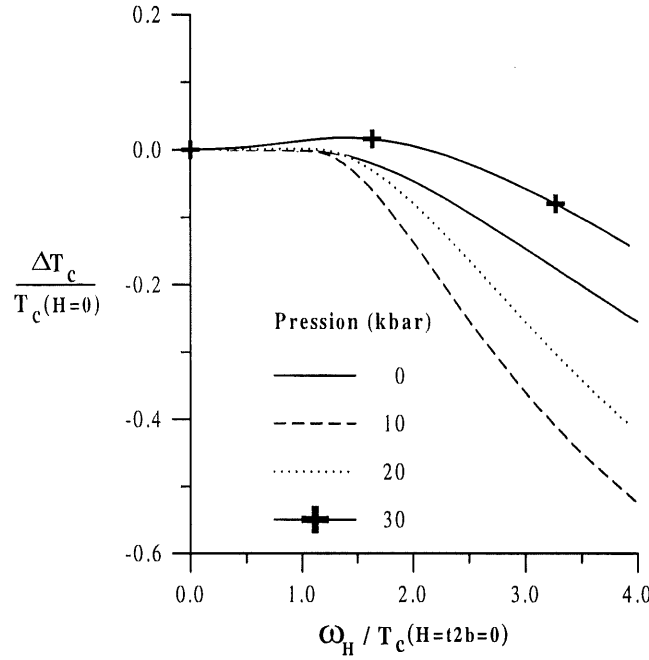


Figure 43: Variation de la température critique en fonction de la fréquence cyclotron pour quelques valeurs de la pression. Dans le cas où la déviation à l'emboîtement est négligeable l'influence du champ ne se manifeste que lorsque $\omega_H \gtrsim T_c$.

B.4.2 Analyse plus détaillée du comportement de T_c

La partie faible champ du cas $P = 32.5$ kbar (figure 42) nous apparaît représentative du comportement observé sur le $\text{TMTSF}_2\text{PF}_2$ aux pressions situées entre 6.1 et 8 kbar.^[98,99] Une description plus détaillée de ces données expérimentales peut donc être envisagée dans le cadre de notre formalisme moyennant tout au plus quelques ajustements mineurs des paramètres initiaux. D'autre part, les régimes de pression où $T_c = 0$ à champ nul, cas de $P = 40$ kbar (figure 41) et cas de $P = 35, 37.5$ (figure 43), seraient les cas représentatifs donnant lieu à la cascade des ODSIC dans le régime de champ faible. Toutefois, l'ordre de grandeur des paramètres t_b et t_{2b} que nous employons ne permet absolument pas de reproduire le comportement du T_c à l'intérieur de la cascade et de vérifier par exemple,

$$1/H_n \propto n + \gamma \quad (B.5)$$

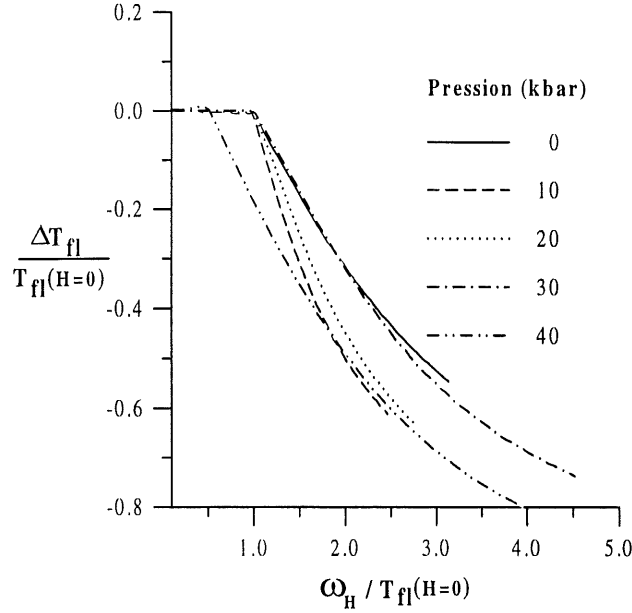


Figure 44: Température de l'émergence des fluctuation antiferromagnétique en fonction de la fréquence cyclotron. L'effet du champ est négligeable lorsque $\omega_H < T_{fl}$.

où $\gamma \simeq 3.5$, qui est bien établie expérimentalement pour le $\text{TMTSF}_2\text{PF}_6$.^[36,43] En fait, un t_{2b} d'environ $20K$ à $25K$ dans le régime de déconfinement semble nécessaire. De plus, une valeur aussi élevée de t_{2b} renormalisé permet d'expliquer très simplement la décroissance de la résonance magnétique nucléaire du $(\text{TMTSF})_2\text{ClO}_4$ au environ de $T = 10K$.^[72,21] Cette décroissance est causée par un affaiblissement des fluctuation antiferromagnétique. La déviation à l'emboîtement est la cause la plus naturelle de cet affaiblissement alors que la formation de la bande transverse^[72,21] serait une condition nécessaire mais pas suffisante.

La décroissance de T_c obtenue à fort champ mérite aussi une analyse plus attentive car une autre difficulté semble se présenter lorsque l'on compare nos résultats aux données expérimentales. En effet, dans le cas du $\text{TMTSF}_2\text{PF}_6$, la figure 4 montre que T_c ne cesse d'augmenter en fonction du champ. Ceci suggère d'une part que le rapport t_{2b}/ω_H n'est pas négligeable, même à 30

tesla. En fait, mis-à-part le $\text{TMTSF}_2\text{ClO}_4$,[†] aucune mesure expérimentale sur les composées TMTSF ^[93,99,43,100] ne montre une diminution de la température critique de la phase antiferromagnétique en fonction du champ. Selon les calculs ci-dessus, une telle diminution devrait pourtant être observable si elle n'est pas masquée par une déviation à l'emboîtement trop forte. Ceci suggère que des mesures de T_c en fonction du champ soient faites sur des composées faisant partie du centre gauche du diagramme de phase généralisé ($P \sim 10\text{kbar}$ à 25kbar) afin que toute influence provenant de la déviation à l'emboîtement soit réduite au minimum. Si une diminution du T_c est effectivement observée et qu'elle peut-être attribuée à l'effet cyclotron, elle permettrait de soutenir le formalisme de cet annexe ou celui de l'annexe A. Elle permettrait de plus de connaître la vitesse renormalisée qui entre dans l'expression de la fréquence cyclotron. Dans le cas où T_c augmenterait en fonction du champ suivant l'un des comportements établit au tableau 3, il nous faudrait alors, malgré nos réserves, revenir au formalisme du chapitre 2. Par contre, si une décroissance de T_c n'est jamais observée, il nous faut accepter que le régime de champ fort est inaccessible expérimentalement.

Cette question du comportement de T_c en fonction du champ dans le régime de pression $P = 10$ à 15kbar est donc particulièrement cruciale. À champ modéré ($\omega_H < T_c$), les données expérimentales pourraient être en mesure d'identifier parmi les formalismes développés dans cette thèse celui qui décrit le mieux les systèmes Q1D. À champ fort ($\omega_H > T_{x2} \simeq T_{fl}$), ces mesures indiqueraient si la fréquence cyclotron devrait être fortement renormalisée à la baisse. À ce sujet, Boies^[102] a montré que cette quantité devait être renormalisée suivant $\sqrt{v_\rho v_\sigma} Q$, où v_ρ et v_σ sont respectivement les vitesses des excitations de charge et des excitations de spins. Cependant, dans l'hypothèse d'un modèle de Hubbard à bande quart-remplie, cette fréquence n'est réduite qu'à $0.7v_F Q$ pour $U/t_a = 16$ (voir figure 6 de la référence [103]) ce qui implique que le régime de champ fort devrait demeurer accessible.

[†] Dans le cas particulier du composé perchlorate, la complexité de la structure de sa bande ne nous invite pas à interpréter dans le cadre de nos calculs la diminution de son T_c au voisinage de 27 tesla.

ANNEXE C

Quelques aspects de la procédure de linéarisation

Dans cet annexe, nous indiquons les précautions à prendre lors de la linéarisation du spectre d'un hamiltonien de liaison forte. Notre réflexion portera sur deux procédures de linéarisation applicable sur un hamiltonien de la forme

$$\mathcal{H} = - \sum_{j=1}^N \left[t(\psi_j^\dagger \psi_{j+1} + c.c) + \mu \psi_j^\dagger \psi_j \right] \quad (C.1)$$

où j est un indice de site le long de la chaîne, t l'intégrale d'échange et μ le potentiel chimique. La première méthode consistera en l'application d'une transformation de type chirale sur le réseau suivie de la limite du continuum. La seconde consistera à prendre les deux premiers termes du développement de la bande cosinus autour du niveau de Fermi.

C.1 Transformation chirale sur réseau et limite du continuum

Soit la transformation suivante partageant les sites en deux sous-réseaux

$$\begin{aligned} \psi_{2j-1} &= e^{i\phi(2j-1)} \frac{R_j + L_j}{\sqrt{2}} & \psi_{2j} &= e^{i2\phi j} \frac{R_j - L_j}{\sqrt{2}} \\ \psi_{2j-1}^\dagger &= e^{i\phi(2j-1)} \frac{R_j^\dagger + L_j^\dagger}{\sqrt{2}} & \psi_{2j}^\dagger &= e^{i2\phi j} \frac{R_j^\dagger - L_j^\dagger}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (C.2)$$

où $j = 1 \dots N/2$ désigne maintenant l'indice des dimères. La transformation inverse s'écrit

$$\begin{aligned} R_j &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\psi_{2j-1} e^{-i\phi(2j-1)} + \psi_{2j} e^{-i2\phi j} \right), \\ L_j &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\psi_{2j-1} e^{-i\phi(2j-1)} - \psi_{2j} e^{-i2\phi j} \right) \end{aligned}$$

et les expressions de R_j^\dagger et L_j^\dagger sont obtenues en prenant les complexes conjugués de celles ci-dessus. Nous allons exprimer (C.1) en terme des

opérateurs R et L et passer ensuite à la limite du continuum. La transformation (C.2) sera étudiée pour $\phi = \pi/2$ et $k_F a$ où “ a ” est le pas du réseau et k_F le nombre d’onde de Fermi.

Récrivons d’abord (C.1) en terme des deux sous-réseaux

$$\mathcal{H} = - \sum_{j=1}^{N/2} \left\{ t \left[\psi_{2j}^\dagger (\psi_{2j+1} + \psi_{2j-1}) + \psi_{2j-1}^\dagger (\psi_{2j} + \psi_{2j-2}) \right] \right. \\ \left. + \mu \left[\psi_{2j-1}^\dagger \psi_{2j-1} + \psi_{2j}^\dagger \psi_{2j} \right] \right\} . \quad (C.3)$$

L’application de (C.2) sur chacun des termes de cette expression conduit à

$$\psi_{2j-1}^\dagger \psi_{2j-1} + \psi_{2j}^\dagger \psi_{2j} = R_j^\dagger R_j + L_j^\dagger L_j$$

et à

$$\psi_{2j}^\dagger (\psi_{2j+1} + \psi_{2j-1}) + \psi_{2j-1}^\dagger (\psi_{2j} + \psi_{2j-2}) \\ = \frac{1}{2} R_j^\dagger \left[e^{i\phi} (R_j + R_{j+1} + L_{j+1} - L_j) + e^{-i\phi} (R_{j-1} + R_j + L_j - L_{j-1}) \right] \\ - \frac{1}{2} L_j^\dagger \left[e^{i\phi} (L_j + L_{j+1} + R_{j+1} - R_j) + e^{-i\phi} (L_{j-1} + L_j + R_j - R_{j-1}) \right] . \quad (C.4)$$

La limite du continuum des opérateurs R et L est obtenue de la manière suivante :

$$R_j = \sqrt{2a} R(2ja) = \sqrt{2a} R(x) \\ R_{j\pm 1} = \sqrt{2a} R(x \pm 2a) = \sqrt{2a} \left(R(x) \pm 2a \frac{\partial}{\partial x} R(x) \right) \quad (C.5)$$

alors que la somme sur j devient

$$\sum_{j=1}^{N/2} \rightarrow \int_{2a}^L \frac{dx}{2a}$$

où $L = Na$ est la longueur de la chaîne et $2a$ est la distance entre les dimères.

À l’aide de (C.5), le hamiltonien (C.3) prend la forme

$$\mathcal{H} = - \int_{2a}^L dx \left[2t \cos(\phi) \left(R^\dagger(x) R(x) - L^\dagger(x) L(x) \right) + \mu \left(R^\dagger(x) R(x) + L^\dagger(x) L(x) \right) \right. \\ \left. + 2t \cos(\phi) \left(L^\dagger(x) \frac{d}{dx} R(x) - R^\dagger(x) \frac{d}{dx} L(x) \right) \right. \\ \left. + 2it a \sin(\phi) \left(R^\dagger(x) \frac{d}{dx} R(x) - L^\dagger(x) \frac{d}{dx} L(x) \right) \right] . \quad (C.6)$$

Pour $\phi = 2k_F a$, la partie proportionnelle à i montre une vitesse de Fermi égale à $v_F = 2ta \sin(k_F a)$. Ceci est l'expression correcte de la vitesse de Fermi pour une bande de remplissage $n = k_F a / \pi$. Cependant, les deux variétés de particules ont des potentiels chimiques différents, $\mu + 2t \cos(2k_F a)$ et $\mu - 2t \cos(2k_F a)$. De plus, il y a un couplage cinétique entre les particules R et L . Son amplitude est $2t \cos(2k_F a)$ et devient à bande quart-remplie de même amplitude que la largeur du spectre linéarisé. Cette transformation est donc inappropriée pour la poursuite d'un traitement incluant un terme d'interaction.

Posons maintenant $\phi = \pi/2$, le couplage entre les deux variétés de particules n'apparaît que si on développe (C.5) jusqu'à la dérivé seconde

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = - \int_{2a}^L dx \left\{ i v_F \left(R^\dagger(x) \frac{d}{dx} R(x) - L^\dagger(x) \frac{d}{dx} L(x) \right) \right. \\ \left. + v_F a \left(L^\dagger(x) \frac{d^2}{dx^2} R(x) - R^\dagger(x) \frac{d^2}{dx^2} L(x) \right) \right. \\ \left. - \mu \int_{2a}^L dx \left(R^\dagger(x) R(x) + L^\dagger(x) L(x) \right) \right\} \end{aligned}$$

où $v_F = 2ta$ est la vitesse de Fermi pour une bande demi-remplie. Le terme contenant des dérivés secondes tient compte de la courbure de la bande et est négligeable dans la limite $a \rightarrow 0$. Si l'on suppose que le pas du réseau est de $2a$, les représentations du spectre dans la première zone de Brillouin et dans la zone de Brillouin étendue prennent l'allure présentée à la figure 45. Le passage d'une représentation à l'autre se fait en déplaçant la partie supérieure des branches du spectre par un vecteur du réseau réciproque des dimères, $G = \pm 2\pi/2a$.

Les transformées de Fourier de $R(x)$ et $L(x)$ se calculent à partir de

$$\begin{aligned} R(x) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/a} dk R(k) e^{ikx} , \\ L(x) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\pi/a}^0 dk L(k) e^{ikx} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/a} dk L(-k) e^{-ikx} \end{aligned}$$

et il en découle que (C.1) se récrit

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/a} dk \left(R^\dagger(k) R(k) + L^\dagger(-k) L(-k) \right) (2tak - \mu) .$$

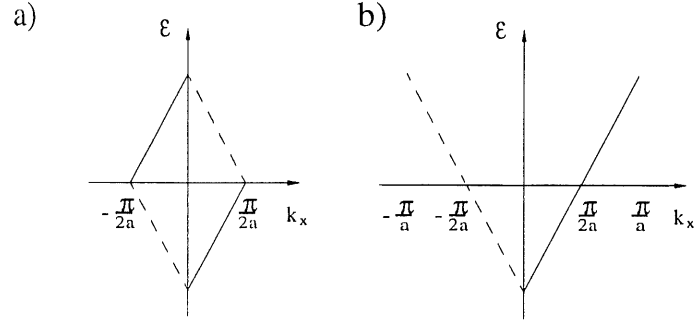


Figure 45: Spectre linéarisé pour une bande demi-remplie selon la transformation (C.2) où $\phi = \pi/2$: a) représentation dans la première zone de Brillouin et b) dans la zone de Brillouin étendue. Le pas du réseau est porté à $2a$.

Dans le cas d'un remplissage quelconque, on peut-être amené à redéfinir a par $a' = a \sin(k_F a)$ afin d'ajuster la vitesse de Fermi selon le remplissage. Cependant, ceci modifie la signification de $\psi_j^\dagger \psi_{j+1}$ qui ne correspond plus à un échange entre sites immédiatement voisins. En fait, le choix le plus raisonnable serait d'ajuster t à $t' = t \sin(k_F a)$, ce qui correspond en fait à la linéarisation d'une bande cosinus de largeur $4t \sin(k_F a)$. Le degré d'incommensurabilité du remplissage ne serait considéré qu'à travers l'amplitude des processus Umklapp. Les contributions au diagramme Peierls et Cooper qu'apportent les parties de la bande qui sont rejetées, sont de l'ordre de $\ln(2n)$ où n est le niveau de remplissage. Elles sont donc négligeables tant que les conditions de remplissage ne sont pas extrêmes.

Cette précaution prise, la transformation (C.5) avec $\phi = \pi/2$ telle que proposée par Emery,^[60] serait donc celle qui permet le mieux de reproduire la partie linéaire du spectre et ce, sans introduire de couplage cinétique entre des particules de variétés différentes. Soulignons cependant, que le fait que nous n'ayons pas réussi à diagonaliser le hamiltonien avec $\phi = k_F a$ nous porte à penser que la transformation exacte devrait faire intervenir n opérateurs lorsque le remplissage est d'un électron par n sites. Cette avenue devrait mériter une exploration dans l'avenir.

C.2 Linéarisation de la bande cosinus

Le hamiltonien de liaison forte est cette fois exprimé sous la forme de

$$\mathcal{H} = -2t \int_a^L dx \psi^\dagger(x) [\cos(-ia\partial_x) - \cos(k_F a)] \psi(x) \quad (C.7)$$

où a est la distance intersite et L la longueur de la chaîne. Le champ $\psi(x)$ est ensuite décomposé en deux parties: $\psi(x) = \psi_+(x) + \psi_-(x)$ où

$$\psi_\alpha(x) = \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{k_\alpha} \psi_\alpha(k_\alpha) e^{ik_\alpha x} .$$

et où $k_\alpha = 2\pi n/L$ avec $n = [0, 1, \dots, L/2a]$ pour $\alpha = +$ et $n = [-L/2a, -L/2a + 1, \dots, -2, -1]$ pour $\alpha = -$. Nous allons identifier les conditions pour lesquelles les opérateurs $\psi_\alpha(x)$ et $\psi_\alpha(k_\alpha)$ vérifient les règles d'anticommutations fermioniques. Nous observons tout d'abord que

$$\psi_\alpha(k_\alpha) = \int_a^L \frac{dx}{\sqrt{L}} \psi(x) e^{-ik_\alpha x} = \int_a^L \frac{dx}{\sqrt{L}} \psi_{\alpha'}(x) e^{-ik_\alpha x} .$$

En effet,

$$\begin{aligned} \sum_{\alpha'} \int_a^L \frac{dx}{\sqrt{L}} \psi_{\alpha'}(x) e^{-ik_\alpha x} &= \sum_{k'_{\alpha'}, \alpha'} \int_a^L \frac{dx}{L} \psi_{\alpha'}(k'_{\alpha'}) e^{i(k'_{\alpha'} - k_\alpha)x} = \sum_{k'_{\alpha'}, \alpha'} \psi_{\alpha'}(k'_{\alpha'}) \delta_{k_\alpha, k'_{\alpha'}} \\ &= \psi_\alpha(k_\alpha) \end{aligned}$$

puisque l'ensemble des k_+ est disjoint de celui des k_- . Sous l'hypothèse que $\{\psi(x), \psi^\dagger(x')\} = \delta(x - x')$, nous vérifions aussi que

$$\begin{aligned} \{\psi_\alpha(k_\alpha), \psi_{\alpha'}^\dagger(k'_{\alpha'})\} &= \frac{1}{L} \int_a^L \int_a^L dx dx' \{\psi(x), \psi(x')\} e^{i(k_\alpha x - k'_{\alpha'} x')} \\ &= \delta_{k_\alpha, k'_{\alpha'}} \delta_{\alpha, \alpha'} . \end{aligned}$$

De manière analogue, si $\{\psi(x), \psi(x')\} = 0$ on obtient $\{\psi_\alpha(k_\alpha), \psi_{\alpha'}(k'_{\alpha'})\} = 0$. Observons toutefois que l'expression

$$\begin{aligned} \{\psi_\alpha(x), \psi_{\alpha'}^\dagger(x')\} &= \frac{1}{L} \sum_{k_\alpha, k'_{\alpha'}} \{\psi_\alpha(k_\alpha), \psi_{\alpha'}^\dagger(k'_{\alpha'})\} e^{i(k_\alpha x - k'_{\alpha'} x')} \\ &= \frac{1}{L} \sum_{k_\alpha} \delta_{\alpha, \alpha'} e^{ik_\alpha(x-x')} = \delta_{\alpha, \alpha'} \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/a} dk e^{ik(x-x')} \\ &= \delta_{\alpha, \alpha'} \frac{1}{\pi} \frac{\sin(\pi(x-x')/a)}{x-x'} , \end{aligned}$$

ne vaut $\delta(x - x')$ que si le pas du réseau est portée à “ $2a$ ”. Au contraire, s’il est maintenu à “ a ”, nous obtenons $1/2a$ pour $na = x - x' = 0$ et $\alpha i/n\pi a \delta_{\alpha,\alpha'}$ pour n impair. Ainsi, il est nécessaire de porter le pas du réseau à la distance interdimeres pour que les relations d’anticommutations de $\psi_{\alpha}(x)$ soient respectées. Du même coup on permet à deux fermions d’espèces différentes ($\alpha = \pm$) d’occuper le même site.

Tenant compte de ce nouveau pas de réseau, (C.7) prend la forme de

$$\mathcal{H} = -2t \sum_{\alpha} \int_{2a}^L dx \psi^{\dagger}(x) [\cos(-ia\partial_x) - \cos(k_F a)] \psi_{\alpha}(x) .$$

La linéarisation des identités suivantes

$$\begin{aligned} \cos(-ia\partial_x - k_F a + k_F a) &= \cos(-ia\partial_x - k_F a) \cos(k_F a) - \sin(-ia\partial_x - k_F a) \sin(k_F a) \\ &= \cos(-ia\partial_x + k_F a) \cos(k_F a) + \sin(-ia\partial_x + k_F a) \sin(k_F a) \end{aligned}$$

autour de k_F et $-k_F$, produit respectivement $\cos(k_F a) - \sin(k_F a)(-ia\partial_x - k_F a)$ et $\cos(k_F a) - \sin(k_F a)(ia\partial_x - k_F a)$.

Cette modification de la résolution du réseau doit aussi être utilisée lorsque l’on veut transcrire l’interaction en terme des opérateurs $\psi_{\alpha}(x)$. Nous pouvons par exemple partager l’interaction

$$\mathcal{H}_I = V \sum_{j=1}^N \psi_j^{\dagger} \psi_{j+1}^{\dagger} \psi_{j+1} \psi_j = \frac{V}{L} \sum_{k_1, k_2, q} \psi_{k_1+q}^{\dagger} \psi_{k_2-q}^{\dagger} \psi_{k_2} \psi_{k_1}$$

en trois parties $q \sim 0$, $q \sim 2k_F$ et $q \sim 4k_F$ contribuant respectivement au processus de diffusion vers l’avant, g_2 et g_4 , à la rétrodiffusion g_1 et Umklapp g_3 . Le passage dans la représentation des $\psi_{\alpha}(x)$ se fait ensuite par

$$\psi_{\alpha}(k_{\alpha}) = \int_{2a}^L \frac{dx}{\sqrt{L}} \psi_{\alpha}(x) e^{-ik_{\alpha} x} .$$

Pour le cas $q \sim 0$, il en résulte que

$$\frac{V}{L} \sum_{\substack{k_1, k_2 \\ q \sim 0}} \psi_{k_1+q}^{\dagger} \psi_{k_2-q}^{\dagger} \psi_{k_2} \psi_{k_1} = \frac{V}{L} \sum_{\substack{k_{\alpha}, k_{\alpha'}, \\ q \sim 0, \alpha, \alpha'}} \psi_{\alpha, k_{\alpha}+q}^{\dagger} \psi_{\alpha', k_{\alpha'}-q}^{\dagger} \psi_{\alpha', k_{\alpha'}} \psi_{\alpha, k_{\alpha}} e^{iq a}$$

où $\text{signe}(k_\alpha) = \alpha$, $\text{signe}(k_{\alpha'}) = \alpha'$ et où les sommes sur k_α et $k_{\alpha'}$ dans le membre de gauche ne se font que sur une seule branche. On vérifie aussi que

$$\frac{1}{L} \sum_{k_\alpha} e^{ik_\alpha(x-x')} = \alpha \frac{e^{i\pi n/2} \sin(\pi n/2)}{\pi na}$$

ne correspond à une relation de fermeture que si la résolution du réseau est portée à $2a$. Cette condition est aussi nécessaire à l'obtention d'une interaction à courte portée après la somme sur q .

ANNEXE D

Table mathématique

Nous utiliserons dans cet annexe les fonctions zeta de Riemann, $\zeta(z) \equiv \sum_{n=1}^{\infty} 1/n^z$, zeta de Riemann généralisée, $\zeta(z, x) \equiv \sum_{k=0}^{\infty} 1/(n+x)^z$, et digamma,

$$\psi(x) \equiv -C - \frac{1}{x} + \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{k} - \frac{1}{k+x} \right\} \quad (D.1)$$

où $C = 0.577215$. D'autres formules utilisées dans notre travail sont

$$\frac{2}{\xi_T} \int_{\Lambda}^{\infty} \frac{dx}{\sinh(2x/\xi_T)} = \ln(\tanh(x/\xi_T)) \Big|_{\Lambda}^{\infty} = -\ln(\tanh(\Lambda/\xi_T)) \quad , \quad (D.2)$$

$$\frac{1}{\sinh(u)} = \frac{2}{e^u - e^{-u}} = \frac{2e^{-u}}{1 - e^{-2u}} = 2 \sum_{n=0}^{\infty} e^{-2u(n+1/2)} \quad , \quad (D.3)$$

$$\frac{2}{\xi_T} \int_0^{\infty} dx \frac{x^p}{\sinh(2x/\xi_T)} = 2p! \frac{2^{p+1} - 1}{2^{p+1}} \zeta(p+1) \left(\frac{\xi_T}{2} \right)^p \quad , \quad (D.4)$$

et enfin

$$\begin{aligned} \frac{2}{\xi_T} \Re e \int_0^{\infty} dx \frac{e^{iqx} - 1}{\sinh(2x/\xi_T)} &= 2 \Re e \int_0^{\infty} du \frac{e^{iq\xi_T u} - 1}{\sinh(2u)} \\ &= 2 \Re e \int_0^{\infty} du 2 \sum_{n=0}^{\infty} \left(e^{-4u(n+1/2-iq\xi_T/4)} - e^{-4u(n+1/2)} \right) \\ &= \Re e \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{n+1/2-iq\xi_T/4} - \frac{1}{n+1/2} \right) \\ &= \psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Re e \psi\left(\frac{1}{2} - i\frac{q\xi_T}{4}\right) \quad . \end{aligned} \quad (D.5)$$

Puisque $\sin^2(\theta/2) = -\frac{1}{2}\Re e(e^{i\theta} - 1)$ on a d'après (D.5) que

$$\frac{2}{\xi_T} \Re e \int_0^{\infty} dx \frac{\sin^2(Qx/2)}{\sinh(2x/\xi_T)} = \frac{1}{2} \left\{ \psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Re e \psi\left(\frac{1}{2} - i\frac{q\xi_T}{4}\right) \right\} \quad . \quad (D.6)$$

Le développement en série de $\Re\psi(x+iy)$ pour y petit conduit à

$$\begin{aligned}\Re\psi(x+iy) &= -C + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x+k}{(x+k)^2+y^2} \\ &= -C + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} - \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ \frac{1}{x+k} - \frac{y^2}{(x+k)^3} + \frac{y^4}{(x+k)^5} - \dots \right\} \quad (D.7) \\ &= \psi(x) + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} y^{2n} \zeta(2n+1, x) .\end{aligned}$$

En particulier, pour $x = 1/2$ nous avons à l'aide de $\zeta(z, 1/2) = (2^z - 1)\zeta(z)$ que

$$\begin{aligned}\psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Re\psi\left(\frac{1}{2} + i\frac{y}{4}\right) &= 2 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{y}{2}\right)^{2n} \frac{2^{2n+1} - 1}{2^{2n+1}} \zeta(2n+1) \\ &= -\frac{y^2}{2} \left\{ \frac{7\zeta(3)}{8} - \left(\frac{y}{2}\right)^2 \frac{31\zeta(5)}{32} - \dots \right\} .\end{aligned} \quad (D.8)$$

D'après (D.7), le comportement asymptotique de $\psi(x) - \Re[\psi(x+iy)]$ s'obtient à partir de

$$\begin{aligned}\psi(x) - \Re[\psi(x+iy)] &= -\frac{1}{x} + \frac{x}{x^2+y^2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{x+k}{(x+k)^2+y^2} - \frac{1}{x+k} \right) \\ &= -\frac{y^2}{x(x^2+y^2)} - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{y^2}{(x+k)[(x+k)^2+y^2]} \\ &= -\sum_{k=0}^{\infty} \frac{y^2}{(x+k)[(x+k)^2+y^2]}\end{aligned}$$

où pour un y est suffisamment grand devant 1, la somme est changée en intégrale. On pose alors $u = (x+k)/y$, $du = \Delta k/y = 1/y$ et les bornes vont de $u = x/y$ à ∞ :

$$\int_{x/y}^{\infty} \frac{du}{u(1+u^2)} = \int_{x/y}^{\infty} du \left[\frac{1}{u} - \frac{u}{1+u^2} \right] = -\ln \left(\frac{x/y}{\sqrt{1+(x/y)^2}} \right) .$$

d'où

$$\psi(x) - \Re\psi(x+iy) \approx \ln \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \right) . \quad (D.9)$$

ANNEXE E

Propriétés utiles des fonctions de Bessels

Les fonctions de Bessels de première espèce peuvent se définir à partir de $e^{u(t-1/t)} = \sum_n J_n(u) t^n$. En particulier,

$$e^{iu \sin(\theta)} = \sum_n J_n(u) e^{i\theta n} , \quad (E.1)$$

$$e^{iu \cos(\theta)} = \sum_n J_n(u) e^{i(\theta+\pi/2)n} \quad (E.2)$$

où les sommes sont faites de $-\infty$ à ∞ . La transformée de Fourier de (E.1) permet d'obtenir la forme intégrale,

$$J_n(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{2\pi+\alpha} e^{i(n\theta - u \sin(\theta))} d\theta . \quad (E.3)$$

où α est quelconque. On peut tirer de (E.1) les propriétés suivantes :

$$\sum_n J_n(u) = 1 \quad (E.4)$$

$$\sum_n n^2 J_n(u) = -\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} e^{iu \sin(\theta)} \Big|_{\theta=0} = u^2 \quad (E.5)$$

$$J_n(-u) = J_{-n}(u) = e^{i\pi n} J_n(u) . \quad (E.6)$$

De (E.3) nous tirons que $J_z(0) = \delta_{n,0}$ et que

$$J_0(u) \simeq 1 - \frac{u^2}{4} \quad \text{et} \quad J_1(u) \simeq \frac{u}{2} . \quad (E.7)$$

L'équation (E.3) permet aussi de vérifier les règles de sommes suivantes,

$$\sum_n e^{in\theta} J_{n+m}(u) J_n(u) = e^{im(\pi-\theta)/2} J_m(2u \sin(\theta/2)) \quad (E.8)$$

$$\sum_n e^{in\theta} J_{n+m}(-u) J_n(u) = e^{-im\theta/2} J_m(-2u \cos(\theta/2)) , \quad (E.9)$$

dont voici quelques cas particuliers:

$$\sum_n J_{n+m}(u) J_n(u) = e^{im\pi/2} J_m(0) = \delta_{m,0} \quad (E.10)$$

$$\sum_n e^{in\theta} J_n^2(u) = J_0(2u \sin(\theta/2)) \quad (E.11)$$

$$\sum_n J_{n+m}(-u) J_n(u) = J_m(-2u) \quad (E.12)$$

$$\sum_n e^{in\theta} J_n(-u) J_n(u) = J_0(2u \cos(\theta/2)) \quad (E.13)$$

Leurs démonstrations seront présentées un peu plus loin.

La fonction

$$I_n(u, v) \equiv \sum_p J_{n-2p}(u) J_p(v) e^{-i\pi p/2} \quad (E.14)$$

possède les propriétés

$$I_{-n}(u, v) = e^{i\pi n} I_n(u, v) \quad (E.15)$$

$$I_n^*(u, v) = I_n(u, -v) \quad (E.16)$$

$$I_n(-u, -v) = e^{i\pi n} I_n^*(u, v) \quad (E.17)$$

$$I_n(u, 0) = J_n(u) \quad (E.18)$$

$$I_n(0, v) = J_{n/2}(v) e^{-i\pi n/4} \quad \text{si } n \text{ est pair, } 0 \text{ sinon.} \quad (E.19)$$

Les règles de sommes utilisées dans ce travail mettant en jeu $I_n(u, v)$ sont

$$\sum_n I_n(u, v) I_{n+N}(u, v) e^{in\theta} = I_N(2u \sin(\theta/2), -2v \cos(\theta)) e^{iN(\pi-\theta)/2} \quad (E.20)$$

$$\sum_n I_n^2(u, v) e^{in(\theta+\pi)} = I_0(2u \cos(\theta/2), 2v \cos(\theta)) \quad (E.21)$$

$$\sum_n I_{-n}(u, v) I_{n+N}(u, v) e^{in\theta} = I_N(2u \cos(\theta/2), 2v \cos(\theta)) e^{-iN\theta/2} \quad (E.22)$$

$$\sum_n I_n^*(u, v) I_{n+N}(u, v) e^{in\theta} = I_N(2u \sin(\theta/2), 2v \sin(\theta)) e^{iN(\pi-\theta)/2} \quad (E.23)$$

$$\sum_n I_n^*(u, v) I_n(u, v) = I_0(0, 0) = 1 \quad (E.24)$$

Nous démontrons maintenant les équations (E.8) à (E.24). Tout d'abord, nous remplaçons chacune des fonctions de Bessels du membre de gauche de (E.8) par leurs formes intégrales (E.3) en utilisant θ_1 et

θ_2 comme variables d'intégration. À l'aide de la relation de fermeture $\sum_n e^{in(\theta+\theta_1+\theta_2)} = 2\pi\delta(\theta+\theta_1+\theta_2)$, nous obtenons ensuite que

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\theta} J_{n+m}(u) J_n(u) = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta_1}{2\pi} e^{i[m\theta_1 - u \sin(\theta_1) + u \sin(\theta+\theta_1)]} .$$

Enfin, l'identité trigonométrique $\sin(\theta+\theta_1) - \sin(\theta_1) = 2 \sin(\theta/2) \sin(\theta_1 + \theta/2 - \pi/2)$, suivit du changement de variable $\theta_1 \rightarrow \theta_1 - \theta/2 + \pi/2$ conduit à

$$\begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\theta} J_{n+m}(u) J_n(u) &= \int_0^{2\pi} \frac{d\theta_1}{2\pi} e^{i[m(\theta_1 - \theta/2 + \pi/2) - 2u \sin(\theta/2) \sin(\theta_1)]} \\ &= e^{im(\pi-\theta)/2} J_m(2u \sin(\theta/2)) . \end{aligned}$$

Afin de démontrer (E.9), il suffit d'utiliser (E.6), (E.8) et le fait que $\sin(\theta/2 + \pi/2) = \cos(\theta/2)$.

Démonstration de (E.15)

$$\begin{aligned} I_{-n}(u, v) &= \sum_p J_{-n-2p}(u) J_p(v) e^{-i\pi p/2} \\ \text{par (E.6)} &= e^{i\pi n} \sum_p J_{n+2p}(u) J_p(v) e^{-i\pi p/2} \\ \text{par } p \rightarrow -p &= e^{i\pi n} \sum_p J_{n-2p}(u) J_{-p}(v) e^{+i\pi p/2} \\ \text{par (E.6)} &= e^{i\pi n} \sum_p J_{n-2p}(u) J_p(v) e^{-i\pi p/2} \\ &= e^{i\pi n} I_n(u, v) . \end{aligned}$$

Les quatres prochaines lignes démontrent respectivement (E.16), (E.17), (E.18) et (E.19).

$$\begin{aligned} I_n^*(u, v) &= \sum_p J_{n-2p}(u) J_p(v) e^{i\pi p/2} = \sum_p J_{n-2p}(u) J_p(-v) e^{-i\pi p/2} = I_n(u, -v) \\ I_n(-u, -v) &= \sum_p J_{n-2p}(-u) J_p(-v) e^{-i\pi p/2} = \sum_p e^{i(n-2p)\pi} J_{n-2p}(u) J_p(v) e^{i\pi p/2} \\ &= e^{in\pi} I_n^*(u, v) \\ I_n(u, 0) &= \sum_p J_{n-2p}(u) J_p(0) e^{-i\pi p/2} = J_n(u) \\ I_n(0, v) &= \sum_p J_{n-2p}(0) J_p(v) e^{-i\pi p/2} = \sum_p \delta_{n,2p} J_p(v) e^{-i\pi p/2} \end{aligned}$$

Démonstration de (E.20)

$$\begin{aligned}
& \sum_n I_n(u, v) I_{n+N}(u, v) e^{in\theta} \\
&= \sum_{p, p', n} J_{n-2p}(u) J_p(v) J_{n+N-2p'}(u) J_{p'}'(v) e^{-i\pi(p+p')/2} e^{in\theta} \\
& \quad n \rightarrow n+2p, \quad p' = p+l \\
&= \sum_{p, l, n} J_n(u) J_{n+N-2l}(u) J_p(v) J_{p+l}(v) e^{-i\pi(2p+l)/2} e^{i(n+2p)\theta} \\
&= \sum_l J_{N-2l}(2u \sin(\theta/2)) e^{i(N-2l)(\pi-\theta)/2} J_l(2v \sin(\theta - \pi/2)) e^{il(\pi-2\theta+\pi)/2} e^{-i\pi l/2} \\
&= \sum_l J_{N-2l}(2u \sin(\theta/2)) e^{iN(\pi-\theta)/2} J_l(2v \sin(\theta - \pi/2)) e^{-i\pi l/2}
\end{aligned}$$

et grâce à (E.14) nous établissons (E.20). L'équation (E.21) s'obtient directement de (E.20) en posant $N = 0$, $\theta = \theta + \pi$. De (E.15) et (E.20) nous obtenons directement (E.22),

$$\begin{aligned}
\sum_n I_{-n}(u, v) I_{n+N}(u, v) e^{in\theta} &= \sum_n I_n(u, v) I_{n+N}(u, v) e^{in(\theta+\pi)} \\
&= I_N(2u \cos(\theta/2), 2v \cos(\theta)) e^{-iN\theta/2}
\end{aligned}$$

La démonstration de (E.23) fait intervenir (E.16)

$$\begin{aligned}
\sum_n I_n^*(u, v) I_{n+N}(u, v) e^{in\theta} &= \sum_n I_n(u, -v) I_{n+N}(u, v) e^{in(\theta)} \\
&= \sum_{p, p', n} J_{n-2p}(u) J_p(-v) J_{n+N-2p'}(u) J_{p'}(v) e^{-i\pi(p+p')/2} e^{in\theta} \\
&= \sum_{p, l, n} J_n(u) J_{n+N-2l}(u) J_p(-v) J_{p+l}(v) e^{-i\pi(2p+l)/2} e^{i(n+2p)\theta}
\end{aligned}$$

On utilise ensuite (E.8) pour la somme sur n et (E.9) pour celle sur p ,

$$\begin{aligned}
&= \sum_l J_{N-2l}(2u \sin(\theta/2)) e^{i(N-2l)(\pi-\theta)/2} J_l(2v \cos(\theta - \pi/2)) e^{il(\pi-2\theta+\pi)/2} e^{-i\pi l/2} \\
&= \sum_l J_{N-2l}(2u \sin(\theta/2)) e^{iN(\pi-\theta)/2} J_l(2v \sin(\theta)) e^{-i\pi l/2}
\end{aligned}$$

et grâce à (E.14) nous établissons (E.23). L'équation (E.24) s'obtient simplement en posant $N = 0$, $\theta = 0$ dans (E.14).

ANNEXE F

Calcul des propagateurs

$G_{\alpha,\sigma}(i\omega_n, \mathbf{r}, \mathbf{r}')$ et $G_{\alpha,\sigma}(i\omega_n, k_x, k'_x, k_y)$

La définition de $G_{\alpha,\sigma}(i\omega_n, \mathbf{r}, \mathbf{r}')$ a été présentée à l'équation (1.30). D'après (1.31) et (1.32), elle prend la forme de

$$G_{\alpha,\sigma}(i\omega_n, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi/b} dk_y e^{ik_y(y-y')} G_{\alpha,\sigma}^{1D}(i\omega_n, \bar{x}) F_{\alpha}(x, x', k_y) \quad (F.1)$$

où

$$F_{\alpha}(x, x', k_y) = \exp \left\{ i \frac{\alpha}{v_F} \int_{x'}^x t_{\perp}(k_y b - Qx) dx \right\} . \quad (F.2)$$

et où $\alpha t_{\perp}(k_y b)/v_F = \lambda_{\alpha} Q \cos(k_y b) + 2\lambda'_{\alpha} Q \cos(2k_y b)$, $\lambda_{\alpha} = \frac{\alpha 2t_b}{\omega_H}$ et $\lambda'_{\alpha} = \frac{\alpha t_{2b}}{\omega_H}$.
Commençons par évaluer $F_{\alpha}(x, x', k_y)$. Nous avons besoin de

$$-\lambda_{\alpha}(\sin(k_y b - Qx) - \sin(k_y b - Qx')) = 2\lambda_{\alpha} \cos(k_y b - QX) \sin(Q\bar{x}/2)$$

où $\bar{x} = (x - x')$ et $X = (x + x')/2$, ainsi que d'une équation similaire pour le terme proportionnel à λ'_{α} . Après le calcul de l'intégrale dans (F.2) et de l'utilisation de (E.2) pour chacun des termes en cosinus, on trouve que

$$\begin{aligned} F_{\alpha}(x, x', k_y) &= e^{i2\lambda_{\alpha} \sin(Q\bar{x}/2) \cos(k_y b - QX)} e^{i2\lambda'_{\alpha} \sin(Q\bar{x}) \cos(2k_y b - 2QX)} \\ &= \sum_{n,p} J_n(2\lambda_{\alpha} \sin(Q\bar{x}/2)) J_p(2\lambda'_{\alpha} \sin(Q\bar{x})) e^{i(n+2p)(k_y b - QX)} e^{i\pi(n+p)/2} , \end{aligned} \quad (F.3)$$

d'où

$$\begin{aligned} &\exp \left\{ i \frac{\alpha}{v_F} \int_{x'}^x t_{\perp}(k_y b - Qx) dx \right\} \\ &= \sum_{n,p} J_n(2\lambda_{\alpha} \sin(Qx/2)) J_p(2\lambda'_{\alpha} \sin(Qx)) e^{i(n+2p)(k_y b - QX + \pi/2)} e^{-ip\pi/2} . \end{aligned} \quad (F.4)$$

Il reste à faire la transformée de Fourier selon k_y de la dernière équation

$$F_{\alpha}(x, x', N) = \frac{1}{2\pi} \int dk_y e^{ik_y b N} \exp \left(i \frac{\alpha}{v_F} \int_{x'}^x t_{\perp}(k_y b - Qx) dx \right)$$

D'après (F.4), l'exécution de l'intégrale produit $\delta_{n,-2p-N}2\pi/b$

$$F_\alpha(x, x', N) = b^{-1} \sum_p J_{-N-2p}(2\lambda_\alpha \sin(Qx/2)) J_p(2\lambda'_\alpha \sin(Qx)) e^{-iN(\pi/2-QX)} e^{-ip\pi/2}$$

et par la définition donnée en (1.36)

$$F_\alpha(x, x', N) = I_{-N}(2\lambda_\alpha \sin(Q\bar{x}/2), 2\lambda'_\alpha \sin(Q\bar{x})) e^{-iN(\pi/2-QX)}.$$

Grâce à cette dernière expression et à (F.1) nous retrouvons l'équation (1.34).

Nous recherchons maintenant l'expression de la fonction de Green $G_{\alpha,\sigma}(i\omega_n, k_x, k'_x, k_y)$ définie par

$$G_{\alpha,\sigma}(i\omega_n, k_x, k'_x, k_y) = \int dx dx' e^{-i(k_x x - k'_x x')} G_{\alpha,\sigma}^{1D}(i\omega_n, \bar{x}) F_\alpha(x, x', k_y).$$

Remarquons tout d'abord que $k_x x - k'_x x' = \frac{1}{2}(k_x + k'_x)\bar{x} + (k_x - k'_x)X$ et que d'après (F.3) l'intégrale sur X produit $L\delta_{k'_x, k_x - nQ}$. Il reste donc

$$\begin{aligned} G_{\alpha,\sigma}(i\omega_n, k_x, k_x - nQ, k_y) &= \sum_p \int d\bar{x} e^{-i(k_x \bar{x} - Qn\bar{x}/2)} e^{-i\pi(n+p)/2} G_{\alpha,\sigma}^{1D}(i\omega_n, \bar{x}) \\ &\times J_{-n-2p}(2\lambda_a \sin(q\bar{x}/2)) J_p(2\lambda'_a \sin(q\bar{x})) e^{-ink_y b} \end{aligned}$$

et chacune des fonctions de Bessel est développée en utilisant (E.8),

$$\begin{aligned} &\sum_p J_{-n-2p}(2\lambda_a \sin(q\bar{x}/2)) J_p(2\lambda'_a \sin(q\bar{x})) \\ &= \sum_{p,m,l} J_{m-n-2p}(\lambda_a) J_m(\lambda_a) J_{l+p}(\lambda'_a) J_l(\lambda'_a) \\ &\times e^{i[mQ\bar{x} + i(n+2p)(\pi-Q\bar{x})/2 - \pi p/2]} e^{i[2lQ\bar{x} - ip(\pi/2-Q\bar{x}) - (\pi-Q\bar{x})n/2]}. \end{aligned}$$

On remarque ici que le coefficient de $\pi/2$ est nul et que celui de $Q\bar{x}$ est $m + 2l$. La translation des sommes $m \rightarrow m + 2l$ suivit de $p \rightarrow p - l$ conduit à

$$\begin{aligned} &\sum_p J_{-n-2p}(2\lambda_a \sin(q\bar{x}/2)) J_p(2\lambda'_a \sin(q\bar{x})) = \\ &\sum_{p,m,l} J_{m-n-2p}(\lambda_a) J_{m-2l}(\lambda_a) J_p(\lambda'_a) J_l(\lambda'_a) e^{iQ\bar{x}m} \end{aligned}$$

et enfin,

$$\begin{aligned}
& G_{\alpha,\sigma}(i\omega_n, k_x, k_x - nQ, k_y) \\
&= \sum_m \int d\bar{x} \ G_{\alpha,\sigma}^{1D}(i\omega_n, \bar{x}) \mathcal{I}_{m-n}(\lambda_\alpha, \lambda'_a) \mathcal{I}_m(\lambda_a, \lambda'_a) e^{-i(k_x - mQ)\bar{x}} e^{-in k_y b} \\
&= \sum_m G_{\alpha,\sigma}^{1D}(i\omega_n, k_x - mQ) \mathcal{I}_{m-n}(\lambda_\alpha, \lambda'_a) \mathcal{I}_m(\lambda_a, \lambda'_a) e^{-in k_y b}
\end{aligned} \tag{F.5}$$

où

$$\mathcal{I}_m(\lambda_\alpha, \lambda'_a) = \sum_p J_{m-2p}(\lambda_a) J_p(\lambda'_a) .$$

ANNEXE G

Formules utilisées dans le cadre du groupe de renormalisation quantique dans l'espace réciproque

G.1 Formules pratiques à l'intégration partielle

Soit $g(\epsilon)$ une fonction quelconque, l'intégrale partielle $\int d\epsilon g(\epsilon)$ se définit de manière équivalente à partir d'un développement au premier ordre en $d\ell$ de

$$\int d\epsilon g(\epsilon) = \int_{E_F(\ell+d\ell)}^{E_F(\ell)} g(\epsilon) d\epsilon + \int_{-E_F(\ell)}^{-E_F(\ell+d\ell)} g(\epsilon) d\epsilon ,$$

qu'à partir de

$$\int d\epsilon g(\epsilon) = \frac{d}{d\ell} \int_{-E_F(\ell)}^{E_F(\ell)} g(\epsilon) d\epsilon$$

où $E_F(\ell) = E_F e^{-\ell}$. On obtient dans les deux cas,

$$\int d\epsilon g(\epsilon) = d\ell E_F(\ell) [g(E_F(\ell)) + g(-E_F(\ell))] \quad (G.1)$$

Ce résultat simplifie beaucoup le calcul analytique et contribue à diminuer le temps des calculs numériques, tout simplement parce qu'il n'y a plus d'intégration à faire.

Voici, quelques exemples fréquemment utilisés:

Bulle élémentaire

$$\int d\epsilon \frac{n(\epsilon) - n(-\epsilon)}{2\epsilon} = -d\ell \tanh(\beta E_F(\ell)/2) \quad (G.2)$$

$$\simeq -d\ell \quad \text{pour } E_F(\ell) \gg 2T .$$

Bulle élémentaire avec brisure à la loi homogène

$$\int d\epsilon \frac{n(\epsilon + a) - n(-\epsilon)}{2\epsilon + a} = -d\ell \frac{E_F(\ell)}{2} \left\{ \frac{\tanh\left(\frac{\beta(E_F(\ell)+a)}{2}\right) + \tanh\left(\frac{\beta E_F(\ell)}{2}\right)}{2E_F(\ell) + 2a} + (a \rightarrow -a) \right\}$$

c'est-à-dire,

$$\begin{aligned} \oint d\epsilon \frac{n(\epsilon + a) - n(-\epsilon)}{2\epsilon + a} &\simeq - \frac{d\ell}{1 - (a/2E_F(\ell))^2} && \text{pour } E_F(\ell) \gg |a|, T \\ &\simeq -d\ell \frac{E_F(\ell)}{2|a|} \frac{1}{1 + \frac{E_F(\ell)}{|a|}} && \text{pour } T \ll E_F(\ell) \ll |a| . \end{aligned} \quad (G.3)$$

Si d'aventure on pratique le changement de variables $\epsilon' = \epsilon + a/2$ à l'étape $\ell = 0$, l'erreur sur l'intégrale totale serait de l'ordre de $(a/E_F)^2$ et l'intégration partielle prendrait la forme

$$\begin{aligned} \oint d\epsilon \frac{n(\epsilon + a/2) - n(-\epsilon + a/2)}{2\epsilon} &\simeq -d\ell && \text{pour } E_F(\ell) \gg |a|, T \\ &\simeq -d\ell \frac{\beta E_F(\ell)}{4} e^{-\beta a} && \text{pour } T \ll E_F(\ell) \ll |a| . \end{aligned} \quad (G.4)$$

Évaluation de

$$X_{n,m}(\ell)d\ell = T \sum_{i\omega_n} \oint \frac{d\epsilon}{(i\omega_n - \epsilon)^n (i\omega_n + \epsilon)^m} .$$

Cette expression apparaît lorsque l'on développe des bulles élémentaires, les générateurs et l'énergie propre par rapport au champ magnétique sous la condition $E_F(\ell) \gg \omega_H$. Par l'intégrale de contour suivie du théorème des résidus on a que

$$\begin{aligned} T \sum_{i\omega_n} \frac{1}{(i\omega_n - \epsilon)^n (i\omega_n + \epsilon)^m} &= \frac{1}{(n-1)!} \frac{d^{n-1}}{dZ^{n-1}} \frac{n(Z)}{(Z + \epsilon)^m} \Big|_{Z=\epsilon} \\ &\quad + \frac{1}{(m-1)!} \frac{d^{m-1}}{dZ^{m-1}} \frac{n(Z)}{(Z - \epsilon)^n} \Big|_{Z=-\epsilon} . \end{aligned}$$

Puisque $n(\epsilon)$ varie peu à l'extérieur d'un petit intervalle de largeur $\pm T$ autour de $\epsilon = 0$, ses dérivées ont une contribution nulle lorsque $\epsilon \gg T$. Il suffit alors d'évaluer,

$$\begin{aligned} \frac{d^{n-1}}{dZ^{n-1}} \frac{1}{(Z + \epsilon)} \Big|_{Z=\epsilon} &= (-1)^{n-1} \frac{m(m+1)\dots(m+n-2)}{(2\epsilon)^{m+n-1}} \\ &= \frac{(m+n-2)!}{(m-1)!} \frac{(-1)^{n-1}}{(2\epsilon)^{m+n-1}} \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} \left. \frac{d^{m-1}}{dZ^{m-1}} \frac{1}{(Z - \epsilon)} \right|_{Z=-\epsilon} &= (-1)^{m-1} \frac{(m+n-2)!}{(n-1)!} \left(\frac{-1}{2\epsilon} \right)^{m+n-1} \\ &= (-1)^n \frac{(m+n-2)!}{(n-1)!} \frac{1}{(2\epsilon)^{m+n-1}} \end{aligned}$$

pour obtenir une expression extrêmement pratique

$$\begin{aligned} X_{n,m}(\ell) d\ell &= \int d\epsilon \frac{(-1)^n (m+n-2)!}{(n-1)!(m-1)!} \frac{n(-\epsilon) - n(\epsilon)}{(2\epsilon)^{m+n-1}} \\ &= (-1)^n \frac{d\ell}{(2E_F(\ell))^{m+n-2}} \frac{(m+n-2)!}{(n-1)!(m-1)!} \frac{1 + (-1)^{m+n}}{2}, \end{aligned}$$

On remarque en particulier que $X_{n,m}(\ell)$ est nul lorsque m et n n'ont pas la même parité. Le tableau 7 présente des expressions de $X_{n,m}(\ell)$ utilisées dans le texte et dans les prochaines sections de cette annexe.

Tableau 7: Tableau du comportement dominant de $X_{n,m}(\ell)$. Cette quantité est nulle si n et m n'ont pas la même parité

n	m	$X_{n,m}(\ell)$	n	m	$X_{n,m}(\ell)$
1	1	-1	2	2	$\frac{1}{2E_F^2(\ell)}$
1	3	$-\frac{1}{4E_F^2(\ell)}$	2	4	$\frac{1}{4E_F^4(\ell)}$
1	5	$-\frac{1}{16E_F^4(\ell)}$	3	3	$-\frac{3}{8E_F^4(\ell)}$

G.2 Calcul des diagrammes jusqu'au deuxième ordre en perturbation

G.2.1 Premier ordre à l'énergie propre

Il s'agit ici de calculer la contribution obtenue de $\langle S_{I,2} \rangle_{\bar{o},c}$. Dans le cas d'un propagateur de la branche $\alpha = +$, nous avons alors que

$$\begin{aligned} G_+^{1D}(\ell, \tilde{k}) \Sigma_+^{(1)}(\ell, \tilde{k}) &= -g_2 \frac{T}{L} \sum_{\tilde{k}'} \langle \psi_+^*(\tilde{k}) \bar{\psi}_-^*(\tilde{k}') \bar{\psi}_-(\tilde{k}') \psi_+(\tilde{k}) \rangle_{\bar{o},c} \\ &= -g_2 G_+^{1D}(\ell, \tilde{k}) T \sum_{\omega'_n} \int \frac{dk}{2\pi} \frac{-1}{i\omega'_n - \varepsilon_-(k)} \end{aligned}$$

après la somme sur les fréquences et l'utilisations de (G.1) nous avons

$$\begin{aligned} \Sigma_+^{(1)}(\ell, \tilde{k}) &= \frac{\tilde{g}_2}{2} E_F(\ell) d\ell (n[E_F(\ell)] + n[-E_F(\ell)]) \\ &\simeq -\frac{g_2}{2\pi v_F} dE_F(\ell) \quad \text{pour } E_F(\ell) \gg T. \end{aligned}$$

Comme l'incrément $dE_F(\ell)$ est multiplié par la densité d'état et par des facteurs de Fermi-Dirac, nous avons que le résultat final est proportionnel au nombre de niveaux occupés et donc du nombre de particules dans l'intervalle d'intégration. C'est pourquoi cette contribution est associée au potentiel chimique.

G.2.2 Bulles Peierls et Cooper 1D

L'intégration partielle d'une bulle Cooper participant à la renormalisation du couplage à l'ordre d'une boucle se calcule à partir de,

$$\begin{aligned} S_{I,C}^{(1)}(\ell + d\ell) &= g_2^2 \left(\frac{T}{L}\right)^2 \sum_{\{\tilde{k}_x, \tilde{k}'_x\}} \langle \psi_+^*(\tilde{k}_{x1} + \tilde{q}_x) \psi_-^*(\tilde{k}_{x2} - \tilde{q}_x) \bar{\psi}_-(\tilde{k}_{x2}) \psi_+(\tilde{k}_{x1}) \\ &\quad \times \bar{\psi}_+^*(\tilde{k}'_{x1} + \tilde{q}_x) \bar{\psi}_-^*(\tilde{k}'_{x2} - \tilde{q}_x) \psi_-(\tilde{k}'_{x2}) \psi_+(\tilde{k}'_{x1}) \rangle_{\bar{o},c} \\ S_{I,C}^{(1)}(\ell + d\ell) &= \tilde{g}_2^2 \left(\frac{T}{L}\right)^2 \sum_{\{\tilde{k}, \tilde{k}'\}} \psi_+^*(\tilde{k}_1 + \tilde{q}) \psi_-^*(\tilde{k}_2 - \tilde{q}) \psi_-(\tilde{k}_2) \psi_+(\tilde{k}_1) K_C^{1D}(\ell, q) d\ell \end{aligned}$$

où

$$K_C^{1D}(\ell, \tilde{q}_x) d\ell = v_F T \sum_{\omega_n} \oint dk_x G_+^{1D}(\tilde{k}_x + \tilde{q}_x) G_-^{1D}(-\tilde{k}_x) .$$

Les étapes à suivre sont

$$\begin{aligned} K_C^{1D}(\ell, \tilde{q}_x) d\ell &= v_F T \sum_{\omega_n} \oint dk_x \frac{1}{i(\omega_n + \omega_m) - \epsilon_+(k_x + q_x)} \frac{1}{(-i\omega_n - \epsilon_-(-k_x))} \\ &= - \oint d\epsilon \frac{n(\epsilon + v_F q) - n(-\epsilon)}{2\epsilon + v_F q - i\omega_m} \end{aligned}$$

et d'après (G.3)

$$\begin{aligned} K_C^{1D}(\ell, \tilde{q}_x) &= - \frac{1}{1 - \left(\frac{v_F q - i\omega_m}{2E_F(\ell)} \right)^2} \quad \text{lorsque } E_F(\ell) \gg |v_F q_x|, T \\ &= - \frac{E_F(\ell)}{|2v_F q_x|} \quad \text{lorsque } |v_F q| \gg E_F(\ell) \gg T . \end{aligned}$$

D'autre part dans le calcul de la bulle Peierls

$$K_P^{1D}(\ell, \tilde{q}_x) d\ell = v_F T \sum_{\omega_n} \oint dk_x G_+^{1D}(\tilde{k}_x + \tilde{q}_x) G_-^{1D}(\tilde{k}_x - \tilde{\Omega}_x)$$

où $\tilde{\Omega} \equiv (i\omega_m, 2k_F)$, il suffit de remarquer que $G_-^{1D}(\tilde{k}_x - \tilde{\Omega}_x) = -G_-^{1D}(-\tilde{k}_x)$ pour obtenir $K_P^{1D}(\ell, \tilde{q}_x) = -K_C^{1D}(\ell, \tilde{q}_x)$.

G.2.3 Deuxième ordre à l'énergie propre

Le diagramme associé à la correction au deuxième ordre de l'énergie propre est le diagramme à trois propagateurs internes présenté à la figure 11. Pour un propagateur appartenant à la branche $\alpha = +$ nous avons

$$d\Sigma_+^{(2)}(\ell, \tilde{k}_x) = -g_2^2 T^2 \sum_{\omega'_n, \omega_m} \oint \frac{dk'_x}{2\pi} \int \frac{dq_x}{2\pi} G_-^{1D}(\tilde{k}'_x - \tilde{\Omega}_x) G_+^{1D}(\tilde{k}_x + \tilde{q}_x) G_-^{1D}(\tilde{k}'_x + \tilde{q}_x - \tilde{\Omega}_x)$$

où $G_\alpha^{1D}(\tilde{k}_x) = [i\omega_n - \epsilon_\alpha^{1D}(k_x)]^{-1}$ et $\epsilon_\alpha^{1D}(k_x) = v_F(\alpha k_x - k_F)$. Si on choisi comme variable d'intégration $\epsilon \equiv \epsilon_+^{1D}(k_x)$, l'équation précédente se récrit

$$\begin{aligned} d\Sigma_+^{(2)}(\ell, \tilde{k}_x) &= -g_2^2 T^2 \sum_{\omega'_n, \omega_m} \oint \frac{d\epsilon'}{2\pi v_F} \int \frac{dq_x}{2\pi} \frac{1}{i\omega'_n + \epsilon'} \frac{1}{i(\omega'_n + \omega_m) - \epsilon - v_F q_x} \\ &\quad \times \frac{1}{i(\omega_n + \omega_m) + \epsilon' + v_F q_x} \end{aligned}$$

et après la sommation sur les ω'_n puis sur ω_m

$$d\Sigma_+^{(2)}(\ell, \tilde{k}_x) = g_2^2 \oint \frac{d\epsilon'}{2\pi v_F} \int \frac{dq}{2\pi} \frac{[n(-\epsilon') - n(-\epsilon' - v_F q_x)]}{[G_+^{1D}(\tilde{k}_x)]^{-1} - 2v_F q_x} \\ \times [n_B(-v_F q_x) + n(\epsilon_+(k_x) + v_F q_x)]$$

où $n_B(\epsilon)$ est la fonction de distribution de Bose-Einstein. Dans l'hypothèse où $E_F(\ell) \gg T$, le premier terme entre crochet au numérateur ne contribue que lorsque les conditions $|v_F q_x| > |\epsilon'|$ et $q_x \epsilon' < 0$ sont rencontrées et prend la valeur $-\text{signe}(q_x)$. Dans ce cas, le deuxième terme entre crochet vaut aussi $-\text{signe}(q_x)$. On peut donc écrire après intégration partielle

$$d\Sigma_+^{(2)}(\ell, \tilde{k}_x) = g_2^2 \frac{E_F(\ell) d\ell}{2\pi v_F} \int \frac{dq_x}{2\pi} \frac{\theta(|v_F q_x| - |E_F(\ell)|)}{[G_+^{1D}(\tilde{k}_x)]^{-1} - 2v_F q_x}$$

que l'on développe au premier ordre en $[G_+^{1D}(\tilde{k}_x)]^{-1}$ pour obtenir après intégration sur q_x entre $[-q_0, q_0]$

$$d\Sigma_+^{(2)}(\ell, \tilde{k}_x) = \frac{g_2^2}{8(\pi v_F)^2} d\ell [G_+^{1D}(\tilde{k}_x)]^{-1}$$

où nous avons supposé que $q_0 \gg E_F(\ell)$.

G.2.4 Bulles 1D : apport interchaîne

Nous calculons ici la contribution provenant des sauts au premier, t_b , et au second voisin, t_{2b} , interchaîne sur une bulle Peierls 1D

$$K_P^t(\ell) d\ell = 2v_F T \sum_{p=\pm 1, \pm 2, \omega_n} t_{|p|b} \oint dk_x [G_+^{1D}(\tilde{k}_x)]^2 G_+^{1D}(\tilde{k}_x + p\omega_H) G_-^{1D}(\tilde{k}_x - \tilde{\Omega}_x) .$$

où le facteur deux devant l'expression tient compte du fait que les particules de l'une ou l'autre branche peut faire un saut interchaîne. La somme sur p tient compte que le saut interchaîne peut se faire sur deux côtés. La définition $\epsilon \equiv \epsilon_+(k_x)$ permet d'écrire

$$K_P^t(\ell) d\ell = 2T \sum_{p=\pm 1, \pm 2, \omega_n} t_{|p|b} \oint d\epsilon \frac{1}{[i\omega_n - \epsilon]^2} \frac{1}{i\omega_n - \epsilon - p\omega_H} \frac{1}{i\omega_n + \epsilon} \\ \simeq 4T \sum_{p=1, 2, \omega_n} t_{|p|b} \oint d\epsilon \frac{1}{[i\omega_n - \epsilon]^3} \frac{1}{i\omega_n + \epsilon} \left[1 + \left(\frac{p\omega_H}{i\omega_n - \epsilon} \right)^2 \right]$$

où la dernière ligne est obtenue par le fait que la somme sur p élimine les puissances impaires de ω_H . Grâce au tableau 7, nous obtenons enfin que

$$K_P^t(\ell) \simeq - \sum_{p=1,2} \left(\frac{t_{|p|b}}{E_F(\ell)} \right)^2 \left(1 + \left[\frac{p\omega_H}{2E_F(\ell)} \right]^2 \right). \quad (G.5)$$

Il est possible d'écrire une expression semblable sans faire de développement sur ω_H . Après sommations sur les fréquences et grâce à l'équation (G.1) et nous obtenons,

$$K_P^t(\ell) = 2t_b^2 E_F(\ell) \sum_{p=\pm 1} (f(E_F(\ell), p) + f(-E_F(\ell), p))$$

où nous avons posé $t_{2b} = 0$ et où

$$f(\epsilon, \eta) = \frac{\beta \operatorname{sech}(\beta\epsilon/2)}{4 \eta \omega_H 2\epsilon} - n(\epsilon) \left[\frac{1}{\omega_H^2 2\epsilon} - \frac{1}{\eta \omega_H (2\epsilon)^2} \right] + \frac{n(\epsilon + \eta \omega_H)}{\omega_H^2 (2\epsilon + \eta \omega_H)} - \frac{n(-\epsilon)}{(2\epsilon)^2 (2\epsilon + \eta \omega_H)}.$$

Après la somme sur p nous obtenons enfin que

$$K_P^t(\ell) = 2t_b^2 E_F(\ell) (h(E_F(\ell)) + h(-E_F(\ell)))$$

où

$$h(\epsilon) = -\frac{n(\epsilon)}{\omega_H^2 \epsilon} + \frac{n(\epsilon + \omega_H)}{\omega_H^2 (2\epsilon + \omega_H)} + \frac{n(\epsilon - \omega_H)}{\omega_H^2 (2\epsilon - \omega_H)} - \frac{n(-\epsilon)}{\epsilon((2\epsilon)^2 - \omega_H^2)}$$

Le développement à l'ordre ω_H^2 de cette équation est en accord avec (G.5) alors que dans la limite $\omega_H \gg E_F(\ell) \gg T$ on obtient

$$K_P^t(\ell) = \left(\frac{2t_b}{\omega_H} \right)^2$$

Ce qui est en accord avec le résultat en champ fort. Cette fonction est présenté à la figure 46. On remarque qu'elle augmente de façon monotonique jusqu'au moment où $\ell = \ell_H \equiv \ln(\omega_H/E_F)$, il y a alors un changement brutale en signe et en amplitude. Le saut en ce point équivaut à quatre fois l'amplitude maximale à $\ell = \ell_H - 0^+$.

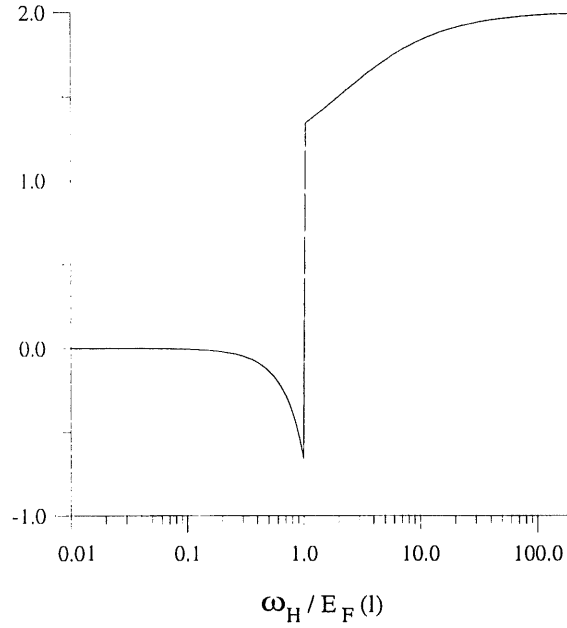


Figure 46: Amplitude de la correction sur la bulle Peierls provenant du saut interchaîne en présence de l'effet cyclotron.

G.2.5 Apport du saut interchaîne sur le deuxième ordre à l'énergie propre

Nous remplaçons successivement les trois propagateurs internes du diagramme en forme de "soleil levant" présenté à la figure 11 par un propagateur tel que présenté à la figure 47. On s'attend à ce que les trois diagrammes obtenus aient une contribution équivalente d'où

$$d\Sigma_+^{(2)t}(\ell, \tilde{k}_x) = -3g_2^2 t_b^2 T^2 \sum_{p=\pm 1, \omega'_n, \omega_m} \oint \frac{dk'_x}{2\pi} \int \frac{dq_x}{2\pi} [G_-^{1D}(\tilde{k}'_x - \tilde{\Omega}_x)]^2 G_+^{1D}(\tilde{k}_x + \tilde{q}_x) \\ \times G_-^{1D}(\tilde{k}'_x - \tilde{\Omega}_x - p\tilde{Q}) G_-^{1D}(\tilde{k}'_x + \tilde{q}_x - \tilde{\Omega}_x)$$

nous développons $G_-^{1D}(\tilde{k}'_x - \tilde{\Omega}_x - p\tilde{Q})$ jusqu'au deuxième ordre en ω_H et l'on remarque que la somme sur p fait disparaître les puissances impaires de ω_H^2

$$\sum_{p=\pm 1} G_-^{1D}(\tilde{k}'_x - \tilde{\Omega}_x - p\tilde{Q}) = 2G_-^{1D}(\tilde{k}'_x - \tilde{\Omega}_x) \left(1 + \omega_H^2 \left[G_-^{1D}(\tilde{k}'_x - \tilde{\Omega}_x) \right]^2 \right)$$

Si on choisi comme variable d'intégration $\varepsilon \equiv \varepsilon_+^{1D}(k_x)$, l'équation précédente se récrit

$$d\Sigma_+^{(2)t}(\ell, \tilde{k}_x) = -6g_2^2 T^2 \sum_{\omega'_n, \omega_m} \oint \frac{d\epsilon'}{2\pi v_F} \int \frac{dq_x}{2\pi} \frac{1}{i(\omega'_n + \omega_m) - \epsilon - v_F q_x} \frac{1}{i(\omega_n + \omega_m) + \epsilon' + v_F q_x} \times \left[\frac{1}{(i\omega'_n + \epsilon')^3} + \frac{\omega_H^2}{(i\omega'_n + \epsilon')^5} \right] .$$

Après la sommation sur les ω'_n , on néglige les contributions tel que $d^3 n(z)/dz^3 \Big|_{z=\epsilon'}$ et $d^5 n(z)/dz^5 \Big|_{z=\epsilon'}$ pour obtenir

$$d\Sigma_+^{(2)t}(\ell, \tilde{k}_x) = -6g_2^2 T^2 \sum_{\omega'_n, \omega_m} \oint \frac{d\epsilon'}{2\pi v_F} \int \frac{dq_x}{2\pi} \frac{n(-\epsilon') - n(-\epsilon' - v_F q_x)}{i(\omega_n + \omega_m) - \epsilon - v_F q_x} \times \left[\frac{1}{(i\omega_m + v_F q_x)^3} + \frac{\omega_H^2}{(i\omega_m + v_F q_x)^5} \right] .$$

On pratique ensuite la somme sur ω_m en négligeant les dérivé de $n_B(z)$ lorsque $z \gg 1$

$$d\Sigma_+^{(2)t}(\ell, \tilde{k}_x) = 6g_2^2 T^2 \sum_{\omega'_n, \omega_m} \oint \frac{d\epsilon'}{2\pi v_F} \int \frac{dq_x}{2\pi} \frac{[n(-\epsilon') - n(-\epsilon' - v_F q_x)]}{(i\omega_n - \epsilon - 2v_F q_x)^3} \times [n_B(-v_F q_x) + n(\epsilon + v_F q_x)] \left[1 + \frac{\omega_H^2}{(i\omega_n - \epsilon - 2v_F q_x)^2} \right] .$$

La suite se fait comme à la section G.2.3 et l'on obtient finalement,

$$d\Sigma_+^{(2)t}(\ell, \tilde{k}_x) = \frac{3g_2^2 t_b^2}{8(\pi v_F)^2} d\ell [G_+^{1D}(\tilde{k}_x)]^{-1} \left[1 + \left(\frac{\omega_H}{2E_F(\ell)} \right)^2 \right] .$$

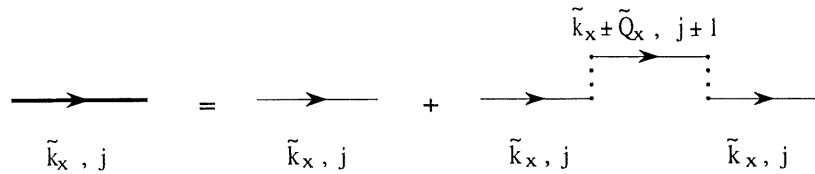


Figure 47: Propagateur 1D corrigé par un aller-retour interchaîne.

G.2.6 Le terme générateur de l'interaction interchaîne.

Dans le canal Peierls, ce générateur est évalué à partir de

$$2\pi v_F f^1(\ell, q_y) d\ell = (gt_b)^2 T \sum_{p, i\omega_n} e^{ipq_y} \oint d\epsilon \frac{1}{(i\omega_n - \epsilon)(i\omega_n - \epsilon - p\omega_H)(i\omega_n + \epsilon)(i\omega_n + \epsilon + p\omega_H)} . \quad (G.6)$$

où chaque particule fait un saut interchaîne dans la même direction. Cette expression est d'abord calculée par un développement à l'ordre ω_H^2 et en utilisant le tableau 7

$$\begin{aligned} 2\pi v_F f^1(\ell) d\ell &\cong (gt_b)^2 T \sum_{p, i\omega_n} e^{i\delta q_y} \oint d\epsilon \frac{1}{(i\omega_n - \epsilon)^2 (i\omega_n + \epsilon)^2} \left[1 + p\omega_H \left(\frac{1}{i\omega_n - \epsilon} - \frac{1}{i\omega_n + \epsilon} \right) \right. \\ &\quad \left. + \omega_H^2 \left(\frac{1}{(i\omega_n + \epsilon)^2} + \frac{1}{(i\omega_n - \epsilon)^2} - \frac{1}{(i\omega_n + \epsilon)(i\omega_n - \epsilon)} \right) \right] \\ &\cong d\ell \, 2 \cos(q_y) \left(\frac{gt_b}{4E_F^2(\ell)} \right)^2 \left[X_{2,2}(\ell) + \left(\frac{\omega_H}{2E_F(\ell)} \right)^2 (X_{4,2}(\ell) + X_{2,4}(\ell) + X_{3,3}(\ell)) \right] \\ &\cong d\ell \, 2 \cos(q_y) \left(\frac{gt_b}{4E_F^2(\ell)} \right)^2 \left[2 + \left(\frac{\omega_H}{2E_F(\ell)} \right)^2 (4 + 4 + 6) \right] \\ &\cong d\ell \, \frac{4 \cos(q_y)}{\pi v_F} \left(\frac{gt_b}{4E_F^2(\ell)} \right)^2 \left[1 + 7 \left(\frac{\omega_H}{2E_F(\ell)} \right)^2 \right] . \end{aligned} \quad (G.7)$$

Il est possible d'obtenir une expression de $f^1(\ell, q_y)$ sans faire de développement par rapport à ω_H . Après la somme sur $i\omega_n$ le terme de droite de (G.6) devient,

$$\begin{aligned} 2\pi v_F f^1(\ell) d\ell = & \left(\frac{gt_b}{\omega_H} \right)^2 \sum_p e^{ipq_y} \oint d\epsilon \left\{ \left(n(-\epsilon) - n(\epsilon) \right) \left[\frac{1}{2\epsilon} - \frac{1}{2\epsilon + p\omega_H} \right] \right. \\ & \left. - \left(n(-\epsilon - p\omega_H) - n(\epsilon + p\omega_H) \right) \left[\frac{1}{2\epsilon + p\omega_H} - \frac{1}{2\epsilon + 2p\omega_H} \right] \right\} \end{aligned} \quad (G.8)$$

Cette fonction est présentée à la figure 48.

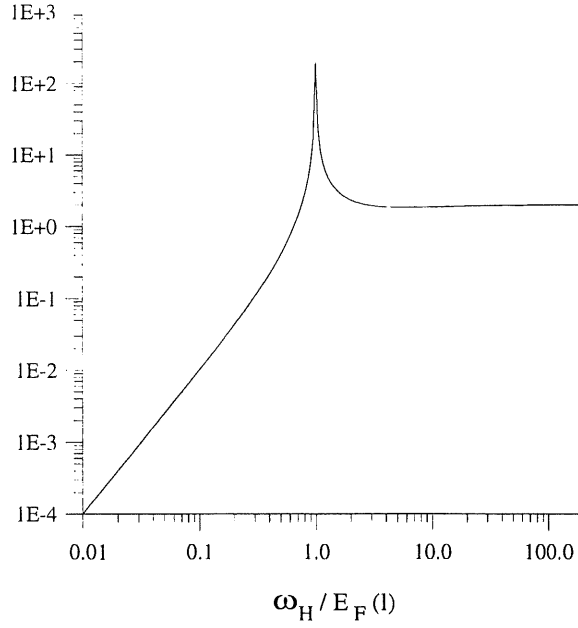


Figure 48: Amplitude du terme générateur interchaîne Peierls en unité de $(\tilde{g}_2 t_b / \omega_H)^2$ pour la modulation $q_y = \pi/b$.

Pour le terme générateur Cooper nous avons que

$$\begin{aligned}
 I_C(d\ell) &= (gt_b)^2 T \sum_{\delta, i\omega_n} e^{\delta q_y} \int \frac{d\epsilon}{2\pi v_F} \frac{1}{(-i\omega_n - \epsilon)(-i\omega_n - \epsilon - \delta\omega_H)(i\omega_n + \epsilon)(i\omega_n + \epsilon + i\omega_H)} \\
 &\cong d\ell \frac{\cos(q_y)}{\pi v_F} \left(\frac{gt_b}{E_o^2(\ell)} \right)^2 \left[I_{2,2}(d\ell) + \left(\frac{\omega_H}{2E_F(\ell)} \right)^2 (I_{4,2}(d\ell) + I_{2,4}(d\ell) - I_{3,3}(d\ell)) \right] \\
 &\cong d\ell \frac{\cos(q_y)}{\pi v_F} \left(\frac{gt_b}{E_o^2(\ell)} \right)^2 \left[2 + \left(\frac{\omega_H}{2E_F(\ell)} \right)^2 (4 + 4 - 6) \right] \\
 &\cong d\ell \frac{2\cos(q_y)}{\pi v_F} \left(\frac{gt_b}{4E_F^2(\ell)} \right)^2 \left[1 + \left(\frac{\omega_H}{2E_F(\ell)} \right)^2 \right] .
 \end{aligned}$$

Il reste à multiplier cette contribution par une fonction décroissante avec la température pour tenir compte d'un effet de bisure de paire provenant de l'effet cyclotron.

ANNEXE H

Fonction de green à une particule et susceptibilité RPA en présence d'un champ magnétique

Considérons le hamiltonien de première quantification,

$$\mathcal{H} = v_F(-\alpha K_x - k_F) - t_{\perp}(K_y, Qx)$$

où $t_{\perp}(K_y, Qx) = 2t_b \cos(K_y b - Qx) + 2t_{2b} \cos(2(K_y b - Qx))$ et $K_x = -i \frac{d}{dx}$ et $K_y = -i \frac{d}{dy}$. Les fonctions d'ondes solutions de l'équation de Schrödinger,

$$(\mathcal{H} + i \frac{\partial}{\partial x}) \Phi_{\alpha, E, k_y}(t, x, n) = 0.$$

sont

$$\Phi_{\alpha, E, k_y}(t, x, x', n) = e^{i(-Et + k_{\parallel}x + k_y n - \int_{x'}^x t_{\perp}(k_y, Qx'') dx'')}$$

où $E = v_F(\alpha k_{\parallel} - k_F)$. Les variables x et $n = y/b$ désignent respectivement la position le long des chaînes et le numéro de la chaîne. Nous avons pris garde ici d'utiliser aussi la variable x' pour tenir compte de la perte de l'invariance sous translation. La phase est réarrangée suivant,

$$\begin{aligned} \Phi_{\alpha, E, k_y}(t, x, x', n) &= e^{i(-Et + k_{\parallel}x + k_y n)} \\ &\times e^{i(-2\alpha\lambda \sin(Q(x-x')/2) \cos(k_y b - Q(x+x')/2) - 2\alpha\lambda' \sin(Q(x-x')) \cos(2k_y b - Q(x+x')))} . \end{aligned}$$

La transformée de Fourier sur la variable k_y peut maintenant s'exécuter,

$$\Phi_{\alpha, E, m}(t, x, n) = e^{-iEt + i[k_{\parallel} + (n-m)Q]x} \mathcal{I}_{n-m}(\alpha\lambda, \alpha\lambda')$$

où

$$\mathcal{I}_n(x, y) = \sum_p J_{n-2p}(x) J_p(y) e^{i\pi p/2}$$

et où m , contrairement à n , est une constante du mouvement. Ce nombre, m , est nommé indice de chaîne de Wannier. Dans la limite de champ infini, $\lambda = \lambda' = 0$ et $I_{n-m}(0, 0)$ devient le delta de Kronecker $\delta_{n,m}$. Pour ce cas, les

chaînes de Wannier sont confondues aux vrais chaînes et k_x redevient un bon nombre quantique. Il faut remarquer qu'ici la limite de champ nul ne peut être directement appliquée.

On peut maintenant construire l'opérateur de seconde quantification qui annihile un électron de la branche α au temps t et à la position (x, n) ,

$$\Psi_\alpha(t, x, n) = \sum_{E, k_y} a_{\alpha, E, k_y} \Phi_{\alpha, E, k_y}(t, x, n) = \sum_{E, m} a_{\alpha, E, m} \Phi_{\alpha, E, m}(t, x, n)$$

où a_{α, E, k_y} détruit un électron de la branche α , d'énergie E et de nombre d'onde k_y (ou d'indice m) selon y , cet opérateur permet une représentation diagonale du hamiltonien de seconde quantification $\tilde{\mathcal{H}}$

$$\tilde{\mathcal{H}} = \sum_{n, \alpha} \int \frac{dx}{n_\perp L} \Psi_\alpha^\dagger(t, x, n) \mathcal{H} \Psi_\alpha(t, x, n) = \sum_{E, m} E a_{\alpha, E, m}^\dagger a_{\alpha, E, m} .$$

Considérons maintenant la transformée de Fourier par rapport à la variable k_x

$$\Psi(t, k_x, n) = \sum_m a_{\alpha, k_x - (n-m)Q, m} e^{-iv_F[k_x - (n-m)Q - k_F]t} I_{n-m}(\alpha\lambda, \alpha\lambda')$$

On voit ici que m joue le rôle d'un indice de bande dans la représentation de la première zone de Brillouin délimité par $[-Q, Q]$. La somme sur cet indice correspond à une somme sur toutes les valeurs énergies reliées à k_x par un vecteur du réseau réciproque.

Grâce à l'expression ci-dessus, la fonction de Green $G_\alpha(i\omega_n, k_x, k'_x, n, n+N)$,

$$G_\alpha(i\omega_n, k_x, k'_x, n, n+N) = -\frac{1}{L^2} \int dx dx' \int_0^\beta \frac{d\tau}{\beta} e^{i(k'_x x' - k_x x + \omega_n \tau)} G_\alpha(t-t', x, x', n-n')$$

où

$$G_\alpha(t-t', x, x', n-n') = - \langle T_\tau \Psi(t, x, n) \Psi^\dagger(t', x', n') \rangle$$

devient

$$G_\alpha(i\omega_n, k_x, k_x + NQ, n, n+N) = \frac{1}{\beta} \sum_n \frac{\mathcal{I}_n(\alpha\lambda, \alpha\lambda') \mathcal{I}_{n+N}(\alpha\lambda, \alpha\lambda')}{i\omega_n - \varepsilon_\alpha(k_x) + \alpha n \omega_H} .$$

On en retire que la fonction de réponse Peierls

$$\begin{aligned} \chi_P(T, \mathbf{q}, H) = T \sum_{i\omega_n, p, p'} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_x}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{dk_y}{2\pi} G_+(i\omega_n, k_x, k_x + pQ, k_y) \\ \times G_-(i\omega_n, k_x + pQ - 2k_F - q_{||}, k_x + (p + p')Q - 2k_F - q_{||}, k_y - q_y) \end{aligned}$$

devient après intégration sur k_y

$$\begin{aligned} \chi_P(T, \mathbf{q}, H) = \sum_{p, m, m'} \int_{-E_F(\ell)}^{E_F(\ell)} \frac{d\varepsilon}{2\pi v_F} \left[\frac{n(\varepsilon - m\omega_H) - n(-\varepsilon + (m + p)\omega_H - v_F q_x)}{2\varepsilon + p\omega_H - v_F q_x} \right] \\ \times \mathcal{I}_m(+) \mathcal{I}_m + p(+) \mathcal{I}_{m'}(-) \mathcal{I}_{m'-p}(-). \end{aligned}$$

Pour retrouver une forme semblable à Montambaux *et al.* ou Chen *et al.* il faut faire un changement de variable sur ε , $\varepsilon \rightarrow \varepsilon + n\omega_H$ ce qui peut avoir un effet sur les corrections à la loi d'échelle.

ANNEXE I

Fonction de Green, fonction de réponse et énergie propre dans l'espace réel

I.1 Fonction de Green 1D

Soit la fonction de Green 1D en représentation $(i\omega_n, x)$,

$$G_\alpha(i\omega_n, x) = -\frac{i}{v_F} \text{signe}(\omega_n) \theta(\alpha\omega_n x) e^{-\alpha(\omega_n - iv_F k_F)x/v_F} . \quad (I.1)$$

Sa transformée de Fourier vers le temps imaginaire

$$G_\alpha(\tau, x) = T \sum_{\omega_n} G_\alpha(i\omega_n, x) e^{-i\omega_n \tau}$$

nous donne,

$$G_\alpha(\tau, x) = -i \frac{T e^{i\alpha k_F x}}{v_F} \sum_{\omega_n > 0} \left\{ \theta[\alpha x] e^{-\alpha\omega_n(x + i\alpha v_F \tau)/v_F} - \theta[-\alpha x] e^{\alpha\omega_n(x + i\alpha v_F \tau)/v_F} \right\}$$

c'est-à-dire

$$G_\alpha(\tau, x) = -\frac{i\alpha}{2\pi\xi_T} \frac{e^{i\alpha k_F x}}{\sinh\left(\frac{x + i\alpha v_F \tau}{\xi_T}\right)} .$$

On vérifie que $G_\alpha(\tau + \beta, x) = -G_\alpha(\tau, x)$. Dans la limite $|x|, |v_F \tau| \ll \xi_T$, $G_\alpha(\tau, x)$ se réduit à

$$G_\alpha(\tau, x) = \frac{\alpha}{2\pi i} \frac{e^{i\alpha k_F x}}{x + i\alpha v_F \tau} .$$

I.2 fonctions de réponse

Considérons maintenant les fonctions de corrélations du canal Cooper $\bar{\chi}_C(i\omega_m, x)$ et $\bar{\chi}_C(\tilde{x})$ définies respectivement par

$$\bar{\chi}_c(i\omega_m, x) = T \sum_{\omega_n} G_+(i\omega_n, x) G_-(-i\omega_n - i\omega_m, x) ,$$

et par $\bar{\chi}_c(\tilde{x}) = G_+(\tilde{x})G_-(\tilde{x})$. À l'aide de (I.1) nous avons que

$$\bar{\chi}_C(i\omega_m, x) = -\frac{T}{v_F^2} \sum_{\omega_n} \text{signe}(\omega_n) \text{signe}(-\omega_n - \omega_m) \theta(\omega_n x) \theta(\omega_n x + \omega_m x) e^{-(2\omega_n + \omega_m)x/v_F}$$

qui montre que

$$\bar{\chi}_C(-i\omega_m, -x) = \bar{\chi}_C(i\omega_m, x) . \quad (I.2)$$

Il suffit donc de fixer $x \geq 0$ et d'étudier les cas où $\omega_m > 0$ et $\omega_m < 0$. Récrivons

$$\bar{\chi}_C(i\omega_m, x) = \frac{T}{v_F^2} \sum_{\omega_n > 0} \theta(\omega_n + \omega_m) e^{-(2\omega_n + \omega_m)x/v_F} .$$

Pour $\omega_m > 0$, nous obtenons

$$\bar{\chi}_C(i\omega_m, x) = \frac{1}{2\pi v_F \xi_T} \frac{e^{-\omega_m x/v_F}}{\sinh\left(\frac{2x}{\xi_T}\right)}$$

alors que pour $\omega_m < 0$, on fait la translation $\omega_n \rightarrow \omega_n - \omega_m$ avant de sommer,

$$\bar{\chi}_C(i\omega_m, x) = \frac{T}{v_F^2} \sum_{\omega_n > 0} \theta(\omega_n) e^{-(2\omega_n - \omega_m)x/v_F} = \frac{1}{2\pi v_F \xi_T} \frac{e^{\omega_m x/v_F}}{\sinh\left(\frac{2x}{\xi_T}\right)} .$$

Ces deux résultats et (I.2) permettent d'écrire

$$\bar{\chi}_C(i\omega_m, x) = \frac{1}{2\pi v_F \xi_T} \frac{e^{-|\omega_m x|/v_F}}{\sinh\left(\frac{2x}{\xi_T}\right)} . \quad (I.3)$$

Le calcul de $\bar{\chi}_c(\tilde{x}) = T \sum_{\omega_m} \bar{\chi}_C(i\omega_m, x) e^{-i\omega_m \tau}$ se fait aisément et donne

$$\bar{\chi}_c(\tilde{x}) = \frac{1}{2\pi^2 \xi_T^2} \frac{1}{\cosh\left(\frac{2x}{\xi_T}\right) - \cos\left(\frac{2v_F \tau}{\xi_T}\right)} . \quad (I.4)$$

Ce résultat s'obtient aussi directement à partir de $\bar{\chi}_c(\tilde{x}) = G_+(\tilde{x})G_-(\tilde{x})$ et de la propriété $\cosh(2x) - \cos(2iy) = 2 \sin H(x + iy) \sinh(x - iy)$. Dans la limite $|x| \ll \xi_T$ (I.4) devient

$$\bar{\chi}_c(\tilde{x}) = \frac{1}{4\pi^2} \frac{1}{x^2 + \xi_T^2 \sin^2\left(\frac{v_F \tau}{\xi_T}\right)} . \quad (I.5)$$

I.3 Calcul du deuxième ordre à l'énergie propre

D'après (A.35), nous devons évaluer

$$-\frac{g_2^2}{2} \int d\tilde{X} d\bar{\tau} \int d\tilde{x} \bar{\chi}_C(\tilde{x}) (-G_{-\alpha}(-\tilde{x})) \psi_\alpha^*(\tilde{X}_+) \psi_\alpha(\tilde{X}_-) .$$

où $\psi_\alpha(\tilde{X}_-)$ est développé autour de X_+ .

$$\psi_\alpha(\tilde{X}_-) = \psi_\alpha(\tilde{X}_+) - \bar{\tau} \frac{\partial}{\partial \tau} \psi_\alpha(\tilde{X}) \Big|_{\tilde{X}=\tilde{X}_+} - \bar{x} \frac{\partial}{\partial X} \psi_\alpha(\tilde{X}) \Big|_{\tilde{X}=\tilde{X}_+}$$

Ce calcul peut être fait à l'aide des expressions exactes de $(-G_{-\alpha}(-\tilde{x}))$ (A.14) et $\bar{\chi}_C(\tilde{x})$ (A.23). Il se réalise alors en transposant l'intégrale en $\bar{\tau}$ en une intégrale de contour définie par $Z = e^{iv_F \bar{\tau}}$ et munie d'une ligne séparatrice ("branch cut") le long de $Z = 0$ à $Z = -1$. Le calcul des résidues des pôles à l'intérieur du cercle, excluant ceux situés sur la séparatrice, correspond au résultat de l'intégration. En fait, cette procédure possède un degré de précision inutile puisque l'ensemble des calculs repose sur le fait que $|\bar{x}| \ll \xi_T$. Un calcul plus simple et d'une précision suffisante profite du fait que l'intégrand n'a une contribution notable que lorsque $|\bar{\tau}| \lesssim |\bar{x}| \ll \xi_T$. Il s'agit alors d'utiliser les expressions approchées (A.26) et

$$G_{-\alpha}(-\tilde{x}) = G_\alpha(\tilde{x}) = \frac{\alpha}{2\pi i} \frac{e^{i\alpha k_F x}}{x + i\alpha v_F \bar{\tau}} ,$$

puis de prolonger l'intégration sur τ de $[-\beta, \beta]$ à $[-\infty, \infty]$ pour ensuite passer à une intégrale de contour sur le demi-plan complexe supérieur. La translation $\tau \rightarrow \tau - \bar{\tau}/2$ permet d'enlever la dépendance des champs externes $\psi_\alpha^*(\tilde{X}_+)$ et $\psi_\alpha(\tilde{X}_+)$ sur $\bar{\tau}$. Ceci fait, l'intégrale sur $\bar{\tau}$ prend la forme suivante

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \bar{\chi}_C(\tilde{x}) (-G_{-\alpha}(-\tilde{x})) \left[A - \bar{\tau} \frac{\partial}{\partial \tau} \right] \\ &= \frac{i\alpha e^{i\alpha k_F \bar{x}}}{8\pi^3} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \frac{1}{(x^2 + (v_F \tau)^2)(\bar{x} - i\alpha v_F \tau)} \left[A - \bar{\tau} \frac{\partial}{\partial \tau} \right] \\ &= \frac{i\alpha e^{i\alpha k_F \bar{x}}}{8\pi^3 (i\alpha v_F)^3} \oint_S dZ \frac{1}{(z+a)(z-a)^2} \left[A - Z \frac{\partial}{\partial \tau} \right] \end{aligned}$$

où $A = 1 - \bar{x} \frac{\partial}{\partial X}$ et $a = \bar{x}/(i\alpha v_F)$. Cette expression présente un pôle simple en $Z = -a = i\alpha \bar{x}/v_F$ et un pôle double en $Z = a = -i\alpha \bar{x}/v_F$. Les conditions à

respecter pour que ces pôles soient à l'intérieur du contour sont respectivement $\alpha\bar{x} > 0$ et $\alpha\bar{x} < 0$. Le calcul des résidues de ces pôles se fait de manière standard et donne

$$\begin{aligned} \frac{i\alpha e^{i\alpha k_F \bar{x}}}{8\pi^3(i\alpha v_F)^3} \oint_S dZ \frac{1}{(z+a)(z-a)^2} \left[A - Z \frac{\partial}{\partial \tau} \right] \\ = 2\pi i \frac{i\alpha e^{i\alpha k_F \bar{x}}}{8\pi^3(i\alpha v_F)^3} \frac{\theta(\alpha\bar{x}) - \theta(-\alpha\bar{x})}{4 \left(\frac{\bar{x}}{i\alpha v_F} \right)^2} \left[1 - \bar{x} \left(\frac{\partial}{\partial X} - \frac{\partial}{\partial \tau} \right) \right] . \end{aligned}$$

L'expression pour l'énergie propre devient alors

$$-\frac{g_2^2}{2} \int d\tilde{X} \int d\bar{x} 2\pi i \frac{i\alpha e^{i\alpha k_F \bar{x}}}{8\pi^3 i\alpha v_F} \frac{\theta(\alpha\bar{x}) - \theta(-\alpha\bar{x})}{4\bar{x}^2} \left[1 - \bar{x} \left(\frac{\partial}{\partial X} - \frac{\partial}{\partial \tau} \right) \right] .$$

D'autre part, l'intégration partielle sur \bar{x} implique que

$$\begin{aligned} \int d\bar{x} e^{i\alpha k_F \bar{x}} \frac{\theta(\alpha\bar{x}) - \theta(-\alpha\bar{x})}{\bar{x}^2} \left[1 - \bar{x} \left(\frac{\partial}{\partial X} - \frac{\partial}{\partial \tau} \right) \right] \\ = 2\alpha dl \left[\frac{\bar{x} \sin(\alpha k_F \bar{x})}{\bar{x}^2} - \frac{\bar{x}^2 \cos(\alpha k_F \bar{x})}{\bar{x}^2 i\alpha v_F} \left(i\alpha v_F \frac{\partial}{\partial X} - \frac{\partial}{\partial \tau} \right) \right] \end{aligned}$$

et sous l'hypothèse que $k_F \bar{x} \ll 1$ nous obtenons enfin l'expression recherchée

$$\frac{g_2^2 dl}{16\pi^2 v_F^2} \int d\tilde{X} \psi_\alpha^*(\tilde{X}) G_\alpha^{-1}(\tilde{X}) \psi_\alpha(\tilde{X})$$

où

$$G_\alpha^{-1}(\tilde{X}) = -\frac{\partial}{\partial \tau} - v_F \left(-i\alpha \frac{\partial}{\partial X} - k_F \right) .$$

BIBLIOGRAPHIE

- [1] D. Jérôme et H. Schulz, *Adv. Phys.* **31**, 299 (1982).
- [2] T. Ishiguro et K. Yamaji, *Organic Superconductors*, édité par M. Cardona, P. Fulde, K. von Klitzing et H.-J. Queisser (Springer-Verlag, Berlin, 1990).
- [3] L. P. Gor'kov, *Usp. Fiz. Nauk.* **144**, 381 (1984) [*Sov. Phys. Usp.* **27**, 809 (1984)].
- [4] L.G. Caron, dans *Organic Conductors: Fundamentals and Applications*, édité par P. Frages (Dekker, 1993).
- [5] Y. Bychkov, L.P. Gor'kov et I.E. Dzyaloshinskiĭ, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **50**, 738 (1966) [*Sov. Phys. JETP*, **23**, 489 (1966)].
- [6] R.E. Peierls, *Quantum Theory of Solids* (Oxford, University Press, England, 1955) p. 108.
- [7] W.A. Little, *Phys. Rev.* **134**, a1416 (1964).
- [8] J.M. Luttinger, *J. Math. Phys.* **4**, 1154 (1963).
- [9] L.P. Gor'kov et I.E. Dzyaloshinskiĭ, *Sov. Phys. JETP*, **40**, 198 (1974).
- [10] N. Menyhard et J. Sólyom, *J. Low Temp. Phys.* **12**, 529 (1973); *J. Low Temp. Phys.* **21**, 431 (1975).
- [11] J. Sólyom, *Adv. in Phys.* **28**, 201 (1979).
- [12] D.C. Mattis et E.H. Lieb, *J. Math. Phys.* **6**, 304 (1965); A. Luther et J. Peschel, *Phys. Rev.* **B9**, 2911 (1974); A. Luther et V.J. Emery, *Phys. Rev.*

- Lett. **33**, 589 (1974); K.R. Klemm et H. Gutfreund, Phys. Rev. **B14**, 1086 (1976).
- [13] S. Barisic et K. Uzelac, J. Phys. (Paris) **36**, 1267 (1975).
- [14] L.D. Landau et E.M. Lifshitz, *Statistical Physics* (Pergamon, Oxford, 1958).
- [15] V.J. Emery, Dans *les comptes rendus de la conférences internationale sur les conducteurs à basse dimensionalité et synthétiques*, les Arcs, J. de Physique (Paris) Coll. **44**, C3-977 (1983).
- [16] P. Pfeuty et G. Toulouse, *Introduction au groupe de renormalisation et ses applications*, (Presses universitaires de Grenoble, Grenoble, 1977).
- [17] P. Pfeuty, D. Jasnow et M. Fisher, Phys. Rev. **B10**, 2088 (1974); E. Riedel et F. Wegner, Z. Physik **225**, 195 (1969); A. Hankey et H.E. Stanley, Phys. Rev. **B6**, 3515 (1972).
- [18] L.P. Grokov et I.E. Dzyaloshinskiĭ, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **67**, 397 (1974) [Sov. Phys. JETP, **40**, 198 (1975)]; Y. Imry, P. Pincus et D.J. Scalapino, Phys. Rev. **B12**, 1978 (1975); L. Myh—ly et J. Slyom, J. Low Temp. Phys. **24**, 529 (1976); V.J. Emery, Phys. Rev. **B14**, 2989 (1976); M. Fowler, Phys. Rev. **B17**, 2989 (1978); P.A. Lee, T.M. Rice et R.A. Klemm, Phys. Rev. **B15**, 2984 (1977); N. Menyhard, Solid State Commun. **21**, 495 (1977); J. Phys. C: Solid State Phys. **11**, 2207 (1978).
- [19] R.A. Klemm et H. Gutfreud, Phys. Rev. **B14**, 1086 (1976).
- [20] V.N. Prigodin et Y.A. Firsov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **76**, 736 (1979) [Sov. Phys. JETP, **49**, 369 (1979)]; Sov. Phys. JETP, **49**, 813 (1979).
- [21] C. Bourbonnais, F. Creuzet, D. Jérôme, K. Bechgaard et A. Moradpour, J. Phys. (Paris) Lett., **45**, L755 (1984).

- [22] S. Brazovskiĭ et V. Yakovenko, J. Phys. (Paris) Lett., **46**, L-111 (1985); Sov. Phys. JETP, **62**, 1340 (1985).
- [23] C. Bourbonnais et L.G. Caron, Physica **B143**, 453 (1986); Physica **B143**, 450 (1986); Europhys. Lett. **5**, 209 (1988).
- [24] C. Bourbonnais et L.G. Caron, Int. Jour. Mod. Phys., **B5**, 1033 (1991).
- [25] D. Jérôme, A. Mazoud, M. Ribault, K. Bechgaard, J. Phys. Lett. (Paris) **41**, L95 (1980).
- [26] D. Jérôme, Cond. Matter News, **1**, 11 (1992).
- [27] Comptes rendus de l'Institut d'études avancées de l'OTAN sur les conducteurs et supraconducteurs de basse dimensionnalités, Magog, Canada (1986) et publié dans *Low-Dimensional Conductors and Superconductors*, édité par D. Jérôme et L.G. Caron (Plenum Press, New York, 1987).
- [28] M. Héritier, G. Montambaux et P. Lederer, J. Phys. Lett. (Paris) **45**, L943 (1984); J. Phys. Lett. (Paris) **45**, L831 (1985).
- [29] G. Montambaux, M. Héritier et P. Lederer, Phys. Rev. Lett. **55**, 2078 (1985).
- [30] Gilles Montambaux, thèse de doctorat, Université de Paris-Sud (1985).
- [31] L. Chen, K. Maki et Attila Virosztek, Physica **B143**, 444 (1986).
- [32] Didier Poilblanc, thèse de doctorat, Université de Paris-Sud (1988).
- [33] K. Yamaji, J. Phys. Soc. Jpn. **53**, 2189 (1984); Synthetic Metals, **13**, 29 (1986).

- [34] J.F. Kwak, J.E. Shirber, R.L. Green et E.M. Engler, Phys. Rev. Lett. **46**, 1296 (1981).
- [35] G. Creuzet, J.R. Cooper, F. Creuzet *et al.* , J. Phys. Lett. (Paris) **46**, L113 (1985); H. Schwenk, S.S.P. Parkin, R. Schumaker *et al.* Phys. Rev. Lett. **56**, 667 (1986).
- [36] S. T. Hannahs, J. S. Brooks, W. Kang, L. Y. Chiang et P. M. Chaikin, Phys. Rev. Lett. **63**, 1988 (1989).
- [37] J. R. Cooper, W. Kang, P. Auban, G. Montambaux and D. Jérôme, Phys. Rev. Lett. **63**, 1984 (1989).
- [38] P.M. Chaikin, M.Y. Choi, J.F. Kwak *et al.* , Phys. Rev. Lett. **51**, 2333 (1983).
- [39] B. Piveteau, L. Brossard, F. Creuzet *et al.* , J. Phys. C: Solid State Phys. **19**, 4483 (1986).
- [40] F. Pesty, P. Garoche et K. Bechgaard, Phys. Rev. Lett. **55**, 2495 (1985).
- [41] N.A. Fortune *et al.*, Phys. Rev. Lett. **64**, 2054 (1990).
- [42] M. J. Naughton, J.S. Brooks, L. Y. Chiang, R. V. Chamberlin , et P.M. Chaikin, Phys. Rev. Lett. **55**, 969 (1985).
- [43] W. Kang, S. T. Hannahs et P. M. Chaikin, Phys. Rev. Lett. **70**, 3091 (1993).
- [44] M. Ribault, J. Cooper, D. Jérôme, D. Mailly, A. Moradpour et K. Bechgaard, J. Phys. Lett. (Paris) **45**, L-935 (1984).

- [45] M. J. Naughton, R. V. Chamberlin , X. Yan, S.-Y. Hsu, L. Y. Chiang, M. Ya. Azbel et P.M. Chaikin, Phys. Rev. Lett. **61**, 621 (1988).
- [46] R.C. Yu, L. Chiang, R. Upasani et P.M. Chaikin, Phys. Rev. Lett. **65**, 2458 (1990).
- [47] L.P. Gor'kov et A.G. Lebed, J. Phys. Lett. (Paris) **45**, L433 (1984).
- [48] P.M. Chaikin, Phys. Rev. **B31**, 4770 (1985).
- [49] V.M. Yakovenko, Europhys. Lett. **3**, 1041 (1987); Zh. Phys. JETP **93**, 627 (1987) [Sov. Phys. JETP **66**, 355 (1988)].
- [50] L. Hubert et C. Bourbonnais, Synthetic Metals, **55-57**, 4231-4236 (1993).
- [51] V.M. Yakovenko, Phys. Rev. Lett. **61**, 2276 (1988).
- [52] I.E. Dzyaloshinskiï et A.I. Larkin, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **61**, 791 (1971) [Sov. Phys. JETP, **34**, 422 (1972)].
- [53] Séminaire au département de physique, Université de Sherbrooke, mai 1995.
- [54] R. Peierls, Z. Phys. **80**, 763 (1933); **81**, 186.
- [55] J. Callaway, *Quantum Theory of the Solid State*, Academic Press, Boston.
- [56] E. Lifchitz et L.Pitayevski, *Physique statistique: théorie de l'état condensé*, (Mir, Moscou, 1990). Il s'agit du volume IX de la série bien connue de Landau-Lifchitz.
- [57] E. I. Blount, Phys. Rev. **126**, 1636 (1962); Solid State Physics **T. 13**, 306 (1963).

- [58] I.S. Gradshteyn et I.M. Ryzhyk, *Table of integrals, series and products*, (Academic Press, San Diego, 1980).
- [59] Nicolas Dupuis, J. Phys I France, **5** 1577 (1995).
- [60] V.J. Emery, dans *Highly Conducting One-Dimensional Solids*, édité par J.T. Devreese, R.P. Evrard et V.E. Van Doren (Plenum, New York, 1977).
- [61] E. Fradkin, *Field Theories of Condensed Matter Systems* Frontiers in Physics, Addison-Wesley, (1991).
- [62] L.N. Bulaevskii, Sov. Phys. JETP **16**, 685 (1963).
- [63] V.N. Popov, *Functional Integrals and Collective Excitations*, (Cambridge University Press, Cambridge, 1987).
- [64] J. W. Negele et H. Orland, *Quantum Many-Particle Systems*, publié par A. Wylde, Addison-Wesley, (1988).
- [65] Michel Lebellac, *Des phénomènes critiques aux champs de jauge*, edition du CNRS (Paris, 1988).
- [66] K. N. Wilson, Phys. Rev. **B4**, 3174 (1971); Phys. Rev. **B4**, 3184 (1971); Rev. Mod. Phys. **55**, 583 (1983).
- [67] S.K. Ma, Rev. Mod. Phys. **45**, 589 (1973); J. Math. Phys. **15**, 11 (1974).
- [68] M. E. Fisher, Rev. Mod. Phys. **46**, 597 (1974).
- [69] P.W. Anderson, *Basic Notions of Condensed Matter Physics*, (Benjamin/Cummings, Menlo Park, Cal., 1984).

- [70] Daniel J. Amit, *Field Theory, the Renormalization Group, and Critical Phenomena*, (World Scientific, Singapour, 1984).
- [71] L. G. Caron et C. Bourbonnais, *Synthetic Metals*, **27**, A67 (1988).
- [72] Claude Bourbonnais, thèse de doctorat, Université de Sherbrooke (1985).
- [73] A.G. Lebed', *Soviet. Phys. JETP Lett.* **44**, 114, (1986); L. I. Burlachkov, L.P. Gor'kov, et A.G. Lebed', *EuroPhys. Lett.* **4**, 941, (1987).
- [74] N. Dupuis, thèse de doctorat, Université de Paris-Sud, Orsay, (1993).
- [75] N. Dupuis et G. Montambaux, *Phys. Rev.* **B49**, 8993 (1993).
- [76] N. Dupuis, thèse de doctorat, Université de Paris-Sud, Orsay, (1993).
- [77] Nicolas Dupuis, *J. Phys I France*, **5** 1577 (1995).
- [78] Benoit Gay, Thèse de doctorat, Université de Sherbrooke, (1996).
- [79] G. Montambaux, M. Héritier et P. Lederer, *Phys. Rev.* **B33**, 7777 (1986).
- [80] V.J. Emery, A. Luther et I. Peshel, *Phys. Rev.* **B13**, 1272 (1976).
- [81] Y.A. Firsov, V.N. Prigodin et Chr. Seidel, *Phys. Rep.* **126**, 245 (1985).
- [82] G.E. Gurgenshvili, A. Nersesyan et L.A. Chobayan, *Zh. Phys. JETP* **73**, 279 (1977) [*Sov. Phys. JETP* **46**, 145 (1977)].
- [83] V. J. Emery, *Phys. Rev.* **B12**, 127 (1976).
- [84] M. Kimura, *Prog. Theor. Phys.* **53**, 955 (1975).

- [85] A. Luther et V.J. Emery, Phys. Rev. Lett. **33**, 589 (1974).
- [86] A. Luther, Phys. Rev. **B14**, 2153 (1976).
- [87] K. Oshima, K. Kato, Y. Maruyama, R. Kato, A. Kobayashi et H. Kobayashi, Synth. Metal 1992.
- [88] T. Giamarchi et H.J. Schulz, J. Phys. France **49**, 819 (1988).
- [89] Claude Bourbonnais, École d'été de Physique Théorique, *Highly Correlated Fermions Systems and High- T_c Superconductors*, Juillet 1991, édité par B. Douçot et R. Rammal, (Elsevier).
- [90] J.P. Pouget dans la référence 27.
- [91] J. Voit, Report Progress on Physics **58**, 977 (1995).
- [92] D. Jérôme, P. Auba-Senzier, L. Balicas, K. Behnia, W. Kang, P. Wzietek, C. Berthier, P. Caretta, M. Horvatic, P. Segransan, L. Hubert et C. Bourbonnais, Compte rendu de l'International Conference on Synthetic Metal 94 (ICSM94), Séoul.
- [93] Communication personnelle, juin 1996.
- [94] J.F. Kwak, Journal de Physique, Colloque C3, supplément 6, tome 44, page C3-839 (1983).
- [95] J.F Kwak, J.E. Shirber, P.M. Chaikin, J.M. Williams, H.-H. Wang et L.Y. Chiang, Phys. Rev. Lett. **56**, 972 (1986).
- [96] N.D. Mermin et H. Wagner, Phys. Rev. Lett. **17**, 1133 (1966).
- [97] G. Montambaux, Phys. Rev. **B38**, 4788 (1988).

- [98] J. F. Kwak, J. E. Schirber, P. M. Chaikin, J. M. Williams, H.-H. Wang et L. Y. Chiang, Phys. Rev. Lett. **56**, 972 (1986).
- [99] N. Biškup, S. Tomić et D. Jérôme, Phys. Rev. **B51**, 17972 (1995).
- [100] A. Audouard, F. Goze, J.-P. Ulmet, L. Brossard S. Askenazy et J.M. Fabre, Phys. Rev. **B50**, 12726 (1994).
- [101] K. Behnia, L. Balicas, W. Kang, D. Jérôme, P. Caretta, Y. Fagot-Revurat, C. Berthier, M. Horvatić, P. Segransan, L. Hubert et C. Bourbonnais, Phys. Rev. Lett. **74**, 5272 (1995).
- [102] Daniel Boies, Thèse de doctorat, Université de Sherbrooke, décembre 1994.
- [103] H.J. Schulz, *Los Alamos Meeting on Strongly Correlated Electronic Systems*, décembre 1993, article électronique, babbage.sissa.it, cond-mat no 9412036.
- [104] S.R. White et R.M. Noack, Phys. Rev. Lett. **68**, 3487 (1992).
- [105] S.R. White, Phys. Rev. Lett. **69**, 2863 (1992).
- [106] L'auteur tient à remercier Samuel Moukouri pour sa présentation vivante et passionnée de la démarche de White.